

# The Uncorroded-Part Fallacy

*Advances in Bridge Engineering*, 5, 11 (2024)

<https://doi.org/10.1186/s43251-024-00122-8>

## La Fallacia della Parte non Corrosa

Traduzione in Italiano a cura dell'Autore

**Paolo Rugarli**

**Castalia srl**

**Via Pinturicchio 24 20133 Milan**

**[paolo.rugarli@castaliaweb.com](mailto:paolo.rugarli@castaliaweb.com)**

### **Sunto**

Questo articolo tratta del carico di collasso di unità di acciaio poste in parallelo, come insiemi di trefoli corrosi isolati o annegati in un nucleo di calcestruzzo. Viene mostrato che ciò che è rilevante è la distribuzione della corrosione tra le unità, e non la perdita totale di area a causa della corrosione. L'articolo mostra anche che assumere che la perdita di area complessiva sia correlata alla perdita di capacità portante è ingannevole e potenzialmente pericoloso.

### **Parole chiave**

Corrosione, trefoli, pitting, calcestruzzo precompresso, viadotto sul Polcevera, rottura progressiva, collasso progressivo, riparazione di ponti.

## **1 Introduzione**

La corrosione è una causa molto importante e frequente di crisi delle strutture. Un problema particolare sorge quando elementi strutturali di importanza chiave sono totalmente o parzialmente realizzati mediante un insieme di unità di acciaio, che lavorino in parallelo sotto l'effetto di una forza di trazione molto alta, e che siano attaccati dalla corrosione.

Questo tipo di sistemi è usato ampiamente, per esempio un insieme di trefoli di acciaio o di singoli fili che inizialmente sono identici, sono accoppiati per portare una grande forza di trazione: calcestruzzo precompresso, ponti strallati, tiranti di stabilizzazione delle frane, dighe di acciaio, funivie, eccetera.

Il recente parziale collasso del Viadotto sul Polcevera, avvenuto il 14 agosto 2018, e che ha causato 43 morti, molti feriti, e costi economici enormi, ha mostrato che il modo di ragionare adottato da una buona parte degli ingegneri, prima e dopo il collasso, è ancorato a una pericolosa fallacia che una analisi approfondita mostra essere completamente priva di fondamento, come tutte le fallacie.

Questa fallacia apparentemente sembra un modo di ragionare sensato e condivisibile, ma quando viene esaminata in dettaglio, essa appare essere completamente sbagliata. Il cuore della fallacia è assumere un certo ammontare di perdita di area complessiva, che sembra essere a favore di sicurezza, ovvero una sovrastima. Questa perdita di area complessiva è poi assunta aver colpito un numero limitato di unità (una percentuale di unità eguale alla percentuale di area complessiva persa), concentrando la perdita di area complessiva solo in quelle unità, mentre tutte le altre rimangono implicitamente *vergini*. La resistenza dell'insieme è quindi valutata sommando le resistenze di tutte le unità vergini, tutte eguali.

Ciò può portare a significative sovrastime della capacità portante, a sfavore di sicurezza.

In effetti, quello che può avvenire, è che moltissime unità vengano colpite, tutte in modo diverso, portando così a un ordinamento delle resistenze che un tempo erano tutte eguali. La perdita complessiva di area a causa della corrosione può essere molto bassa, ma la perdita di capacità portante del sistema fortissima.

Dato che i sistemi che si affidano a trefoli soggetti a trazione e possibilmente attaccati dalla corrosione sono numerosissimi in tutto il mondo, sembra necessario, al fine di proteggere le vite umane, spiegare perché la fallacia è sbagliata e come invece debbano ragionare gli ingegneri strutturalisti.

Il sistema che sarà analizzato in questo lavoro è un insieme di  $n$  trefoli a sette fili o invece un sistema di  $n$  fili singoli (o unità) che agiscono in parallelo per portare una elevata forza di trazione.  $n$  è un numero discreto come 12, 16, 32 o molto più alto, come nel collasso del Viadotto sul Polcevera, dove  $n$  era eguale a 464. Si assume che le unità fossero inizialmente tutte eguali e non corrose. Saranno esaminate in dettaglio le seguenti configurazioni strutturali, descrivendo le regole quantitative che spiegano il completo collasso dell'insieme a causa di una corrosione che progredisca a partire da un tempo iniziale  $t_0$ :

1. (Tipo 1). Le unità agiscono da sole, ovvero senza collaborazione del calcestruzzo. Le unità tutte assieme formano un elemento strutturale che è caricato da una forza di trazione globale  $N_0$ , che si assume essere costante durante la vita dell'elemento stesso. Inizialmente ogni unità è caricata da una forza  $F_0 = N_0/n$ , il che implica uno sfruttamento pari a  $f_0$  su ogni unità, con  $f_0 = F_0/R_0$ , dove  $R_0$  è la resistenza originale di ogni singola unità non corrosa. A

partire dal tempo  $t=t_0$ , la corrosione attacca le unità in una o più sezioni. Il problema è stabilire quando, ovvero per quale livello di corrosione, l'elemento crollerà, ovvero quando si romperanno tutte le unità.

2. (Tipo 2). Le unità sono in un nucleo di calcestruzzo al quale sono adese, e l'elemento strutturale binario (unità di acciaio + calcestruzzo) è soggetto a uno stato di trazione pura: il calcestruzzo è inizialmente compresso dalla azione delle unità e poi teso da una parte del carico esterno applicato, che riduce la compressione applicata inizialmente dalle unità di acciaio; le unità sono assoggettate a una trazione per assicurare il precarico, e questa trazione è ulteriormente incrementata dalla parte del carico esterno di trazione  $N_0$  che non è presa dalla decompressione del calcestruzzo. La risultante forza di trazione in ogni unità è inizialmente pari a una frazione eguale a  $f_0$  ( $0 < f_0 < 1$ ) della loro resistenza originaria non-corrosa. Lo sforzo risultante (di compressione) nel calcestruzzo è  $\sigma_0$ . L'elemento strutturale binario (calcestruzzo + unità di acciaio) è soggetto a una forza esterna di trazione  $N_0$ , che si assume costante durante la vita dell'elemento. Anche in questo caso, il problema è determinare quando cederà l'elemento binario, ovvero quando si romperà completamente a causa della progressiva corrosione.
3. (Tipo 3). Le unità sono in un nucleo di calcestruzzo e adese ad esso, e l'elemento strutturale binario è soggetto a un momento flettente  $M_0$  e possibilmente anche ad una azione assiale  $N_0$  nella sezione in esame. Questi carichi si assumono costanti durante la vita dell'elemento strutturale. Il nucleo di calcestruzzo è inizialmente caricato da (una distribuzione lineare di) sforzi di compressione, mentre le unità di acciaio sono soggette a una trazione. Si farà la ipotesi che la

posizione delle unità nel nucleo sia tale che la forza presa da ciascuna unità possa essere ipotizzata con un modesto errore eguale a quella delle altre, ovvero che le unità (trefoli o fili singoli) siano molto vicine tra loro. Inizialmente, tutte le unità sono assoggettate a una forza  $F_0$ , ed il loro carico adimensionale è  $f_0=F_0/R_0$ . Inizialmente, la fibra estrema inferiore del calcestruzzo è soggetta a uno sforzo di compressione  $\sigma_{bot0}$ , mentre la fibra estrema superiore del nucleo di calcestruzzo è soggetta a uno sforzo di compressione  $\sigma_{top0}$ . Nei ponti tipici, isostatici, lo sforzo di compressione maggiore è in alto, mentre lo sforzo di compressione minore è in basso, una volta che siano stati applicati completamente i carichi permanenti e quelli variabili, per ottenere i carichi esterni applicati  $M_0$  e  $N_0$ .

Di solito, il danno per corrosione delle unità non è noto con precisione quando l'elemento strutturale è in esercizio. Gli effetti della corrosione sono frequentemente descritti dalla regola semplificata “una percentuale  $x$  dell'area di acciaio è persa”.

Come si vedrà nelle sezioni successive, ciò è privo di significato e può portare a errori catastrofici.

Ciò che rileva ai fini della stima della capacità portante dell'elemento strutturale (di tipo 1, 2 o 3) è la *distribuzione* della corrosione tra le unità, non l'area persa complessiva.

Invero, la distribuzione del danno per corrosione può essere stimata mediante regole semplici che sono a favore di sicurezza.

## **2 Osservazioni iniziali**

### **2.1 La distribuzione del danno in unità resistenti nel mondo reale**

Di solito, le unità hanno una lunghezza significativa e trasferiscono una forza di trazione da un punto a un altro.

Come è stato mostrato almeno dal collasso del ponte sullo Ynys y Gwas (Woodward 1988a, 1988b), tipicamente la corrosione non colpisce le unità resistenti lungo tutta la loro lunghezza. Più frequentemente e pericolosamente, la corrosione con fosse (pitting) attacca porzioni molto limitate delle unità.

Se la unità è un trefolo a sette fili, il filo centrale (detto *king*) è normalmente non danneggiato, mentre parte o tutti gli altri fili sono colpiti dal pitting.

La corrosione può attaccare sezioni single, danneggiando più o meno severamente uno o più fili. Lungo la lunghezza della unità, queste sezioni corrose sono normalmente una parte limitata della lunghezza complessiva.

E' estremamente difficile modellare appropriatamente la distribuzione esatta della corrosione, o conoscerla, quindi sono necessari metodi ingegneristici per determinare in modo affidabile la capacità portante.

### **2.2 L'invarianza della rigidità delle unità al procedere della corrosione**

La rigidità globale di una singola unità, lunga, in condizioni di esercizio, e attaccata dalla corrosione, rimane quasi invariata.

Sia  $L_c=kL$  la lunghezza totale della unità dove viene rilevata corrosione (anche in sezioni differenti), con  $k$  compreso tra diciamo 1/10 e 1/1000. Sia  $A_r=hA_{s0}$  la area rimanente *minima* lungo la lunghezza della unità, ovvero,  $A_r= \min\{A_{s0}-d(x)A_{s0}\}$ , dove  $x$  è la posizione lungo la unità e  $d(x)$  è il danno, ovvero la parte della area totale iniziale  $A_{s0}$  persa a causa della corrosione: se la perdita di area è  $A_c$ ,  $d(x)=A_c(x)/A_{s0}$ . Dato che prendiamo la minima area rimanente, stiamo sovrastimando la elongazione e quindi sottostimando la rigidezza della unità corrosa. Il valore pratico di  $h$  può variare tra 0.99 e 0.5-0.7. Valori inferiori (area rimanente inferiore al 50%) sono chiaramente situazioni fuori controllo.

La rigidezza della unità non corrosa sia  $K=EA_{s0}/L$ , dove  $E$  è il modulo di Young. La rigidezza  $K_c$  della unità corrosa è:

$$K_c = \frac{1}{\int_0^{kL} \frac{dx}{EhA_{s0}} + \int_0^{(1-k)L} \frac{dx}{EA_{s0}}} = \frac{EhA_{s0}}{kL + (1-k)Lh}$$

Il rapporto  $\eta$  tra la rigidezza della unità corrosa e quella della unità allo stato iniziale è:

$$\eta \equiv \frac{K_c}{K} = \frac{h}{k + (1-k) \cdot h}$$

Con  $k=0.01$  e  $h=0.9$ , otteniamo  $\eta=0.999$ . Se  $k=1/1000$ ,  $\eta \sim 1$ . Con  $k=0.1$  e  $h=0.7$ , otteniamo  $\eta=0.959$ . Quindi, la rigidezza globale delle unità corrosa rimane quasi invariata nella maggior parte dei casi rilevanti.

Ciò è confermato dai risultati sperimentali per i trefoli (Chi-Ho et al. 2019, Jeon et al. 2017, Jeon et al. 2019, Jeon et al. 2020, Lee et al. 2017). In questi studi, è stato osservato un live cambiamento della rigidezza dei campioni di trefoli corrosi rispetto a quelli non corrosi (10-15%). Tuttavia, va osservato che la lunghezza dei campioni  $L$  era

sempre approssimativamente pari a 1 m e che essi erano corrosi lungo tutta la loro estensione. Quindi, essi avevano un valore di  $L$  molto minore di quello atteso in unità in condizioni di esercizio e un valore di  $k$  prossimo a 1. Per una unità lunga attaccata dalla corrosione in una parte complessivamente limitata della sua estensione (come normalmente avviene), la variazione di rigidità è trascurabile.

Ciò ha conseguenze molto importanti, dato che se la rigidità globale delle unità resta praticamente invariata, gli spostamenti cambieranno poco, e quindi il monitoraggio può essere inefficace: il collasso è fragile. Inoltre, come vedremo, ci sono distribuzioni di danno per corrosione sfortunate che innescano il collasso per danni globali molto bassi.

Se la rigidità delle unità corrose resta praticamente invariata, è corretto assumere che quando si diffonde la corrosione, la forza globale si ripartisce egualmente tra le rimanenti unità non ancora rotte, indipendentemente dalla differenza nella estensione, distribuzione e severità della loro corrosione.

Ciò implica che con il procedere della corrosione e con la diminuzione della resistenza, la forza presa dalla unità via via che col tempo si corrode, rimarrà praticamente invariata fino a che si rompe. Non è vero che se la unità si indebolisce, la forza presa da essa diminuisce corrispondentemente. La forza rimane praticamente invariata, mentre la resistenza diminuisce.

La somiglianza tra le rigidità, comunque, non può essere estesa alle resistenze, che possono essere completamente diverse tra le unità rimanenti.

## **2.3 Effetti dei ritegni allo scorrimento tra le unità**

Il comportamento meccanico di un insieme di unità in parallelo, quando alcune di esse si rompono, è fortemente influenzato dai ritegni allo scorrimento esistenti tra esse.

Se una unità soggetta a trazione si rompe, in una certa sezione  $S$ , perderà la sua continuità e cercherà di accorciarsi. Le due parti in cui la rottura ha diviso la unità originaria cercheranno istantaneamente di accorciarsi, e questo accorciamento può essere più o meno contrastato dai ritegni allo scorrimento della unità rotta.

Il ritegno allo scorrimento tra la unità rotta e le rimanenti unità circostanti, ancora integre, può essere diverso.

### **Caso 1: ritegno assente**

Se non c'è alcun ritegno allo scorrimento tra la unità  $A$ , rotta, e le circostanti unità  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , ..., integre, allora la intera forza  $F_A$  presa originariamente dalla unità  $A$  deve essere trasferita alle altre unità  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , ...

La intera estensione in direzione longitudinale della unità  $A$  resta scarica e inattiva.

Se tutte le unità  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , ... avevano originariamente la stessa rigidità, allora la forza presa dalle unità circostanti sarà incrementata di un fattore  $m/(m-1)$ , dove  $m$  è il numero di unità prima della rottura della unità  $A$ . L'incremento di forza sarà applicato alla intera lunghezza delle unità rimanenti.

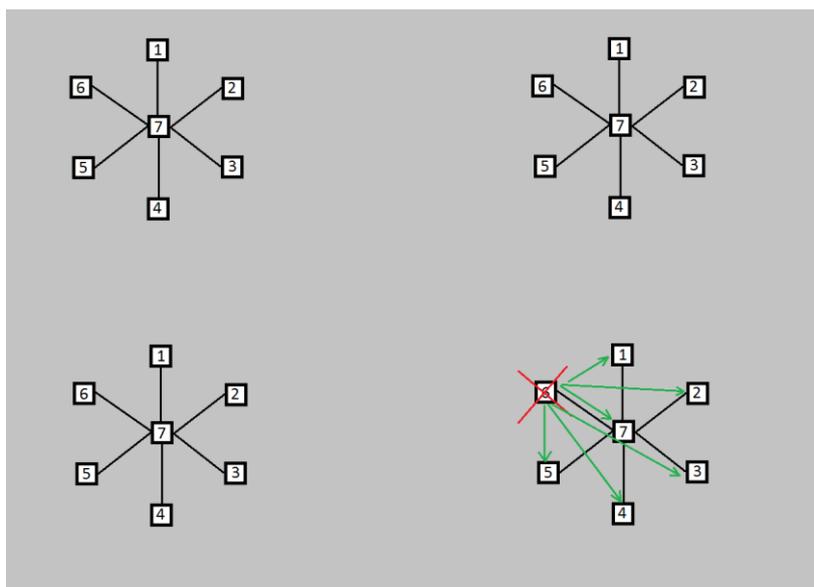
### **Caso 2: ritegno rigido**

Se la unità  $A$  si rompe ed ha un ritegno rigido allo scorrimento con le unità circostanti, il suo accorciamento implicherà da una parte, un incremento della forza nelle unità circostanti, perché il ritegno allo scorrimento trasferirà del carico ad esse; dall'altra parte, per il principio di azione e reazione, a una certa lunghezza di recupero

$L_r$  (*recovery length*) da entrambe le parti della sezione rotta, l'unità rotta recupererà la sua forza di trazione originaria. Quindi:

- Lungo una lunghezza  $L_r$  da entrambe le parti, l'unità rotta sarà gradualmente ricaricata, sino alla forza originaria  $F_A$ .
- Lungo la stessa lunghezza, le unità circostanti sperimenteranno un incremento della loro forza di trazione. In corrispondenza alla sezione di rottura S, la forza nella unità circostanti sarà  $m/(m-1)$  volte più alta della forza che avevano prima della rottura di A. Alla distanza  $L_r$  dalla sezione di rottura, la loro forza tornerà al valore originario pre-rottura di A.
- La lunghezza di recupero  $L_r$  dipende dalla rigidità del ritegno allo scorrimento. Tanto più alta è la rigidità, tanto più corta è la lunghezza  $L_r$ . Tanto più bassa è la rigidità, tanto più lunga è la lunghezza  $L_r$ . Quindi, ritegni deboli implicano lunghe lunghezze di recupero  $L_r$ .
- Lungo la lunghezza  $2L_r$  l'incremento di forza di trazione nelle unità B, C, D... può innescare un'altra rottura, dato che con una forza maggiore, il danno necessario a innescare altre rotture in B, C, D ... è *minore*.

Con riferimento alla Figura 1, se un filo di un trefolo si rompe, la sua forza fluisce negli altri fili del medesimo trefolo, indipendentemente dalla presenza del calcestruzzo intorno. Ciò avviene perché il ritegno allo scorrimento del filo rotto ai suoi gemelli dello stesso trefolo è molto più forte della rigidità allo scorrimento alla interfaccia acciaio-calcestruzzo, anche se i trefoli sono annegati nel calcestruzzo, dato che i fili sono avvolti elicoidalmente sul *king*.



**Figura 1: Rottura di un singolo filo di un trefolo in un nucleo di calcestruzzo.**

Quando un filo singolo di un trefolo a 7 fili corroso si rompe (Figura 1), la sua forza è recuperata ad una certa distanza  $L_r$  dal punto di rottura, mentre lungo quella lunghezza da entrambe le parti, i fili rimanenti dello stesso trefolo porteranno la forza persa dal filo rotto.

Invero, quando un trefolo a 7 fili sperimenta la rottura di un filo, esso normalmente è uno dei fili esterni, dato che sei fili su sette circondano il king ( $7^\circ$ ). Dato che i fili esterni sono avviluppati elicoidalmente al king, l'accorciamento di un filo rotto esterno implica un serraggio ai gemelli che, grazie all'attrito, trasferisce la forza persa dal filo rotto agli altri sei (cinque, quattro...) (Raof and Kraincanic 1998, Waisman et al. 2011).

### Caso 3: Ritegni allo scorrimento diversi alle unità circostanti

Quando un trefolo è circondato dal calcestruzzo, la forza persa da un filo rotto di un trefolo a 7 fili, fluisce nei gemelli (Fig. 1) perché la rigidità alla interfaccia acciaio-calcestruzzo è molto minore della rigidità alla interfaccia acciaio-acciaio. La forza persa da un filo fluisce agli altri fili dello stesso trefolo e non al calcestruzzo.

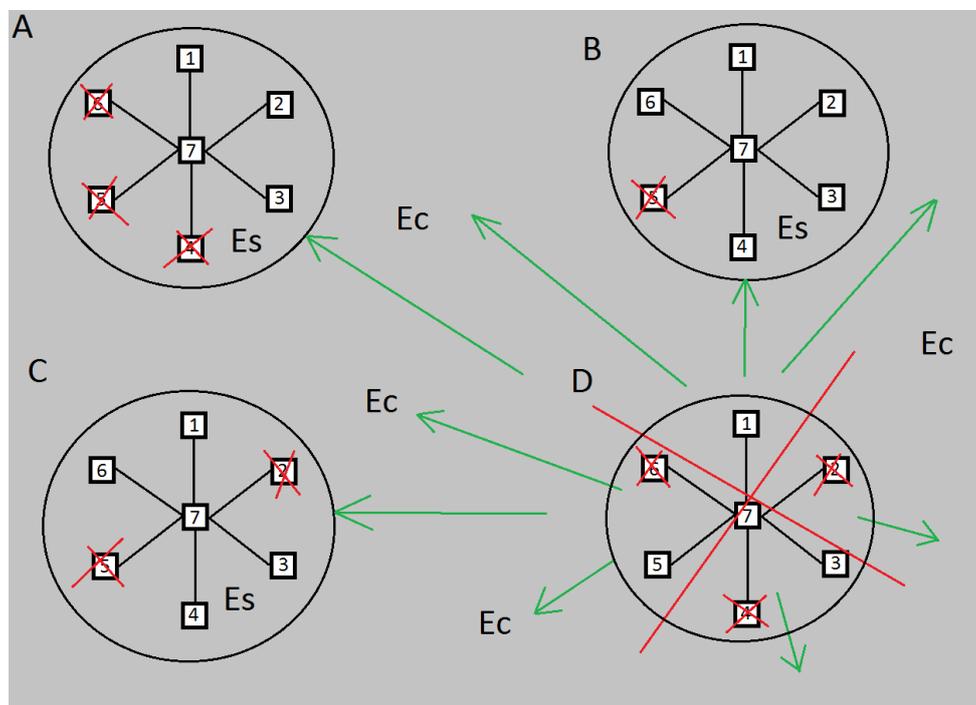
Questa ultima affermazione è ulteriormente rafforzata dalle seguenti tre osservazioni:

1. Il calcestruzzo tiene in posizione il filo rotto, evitando che si allontani dai gemelli. Ciò aiuta il serraggio grazie all'avvolgimento elicoidale.
2. Il ritegno allo scorrimento per adesione tra acciaio e calcestruzzo è normalmente danneggiato dalla corrosione.
3. La adesione del trefolo al calcestruzzo in strutture in calcestruzzo armato precompresso post-teso, è indebolito dalla insufficiente o imperfetta iniezione dei dotti, che è un problema tipicamente frequente in questo tipo di costruzioni.

D'altro canto, la rigidità *globale* esterna del trefolo a 7 fili non cambia molto quando si rompe un filo, poiché il filo rotto si ri-ancora (la riduzione della rigidità avviene solo lungo la lunghezza  $2L_r$ , si veda la sezione 2.2). Di conseguenza, un trefolo attaccato dalla corrosione è forzato a prendere lo stesso carico fino a che il trefolo si rompe nella sua interezza. Il trefolo è *segregato* dagli altri e forzato a portare il suo carico finché sia completamente rotto.

#### Caso 4: ritegni allo scorrimento con un nucleo in calcestruzzo avvolgente più unità

Un caso speciale e molto importante di ritegno relativamente debole, è quando molti trefoli sono avvolti dal calcestruzzo ma non in diretto contatto tra loro. In questo caso, il riancoraggio del *trefolo* rotto avverrà a una distanza  $L_r$  relativamente lunga, e lungo la lunghezza  $2L_r$ , l'incremento di forza causato dalla perdita del trefolo appena rotto sarà suddiviso *tra il calcestruzzo e gli altri trefoli*, proporzionalmente alle loro rispettive rigidezze (fig. 2).



**Figure 2. Rottura di un trefolo in un nucleo di calcestruzzo.**

Facendo riferimento alla Figura 2, il trefolo D sperimenta la rottura del filo 6, e la sua forza è redistribuita solo agli altri fili del medesimo trefolo (si veda la figura 1). Quando anche i fili 2 e 4 si rompono, a causa dell'incremento di corrosione con il tempo, l'intero trefolo D si rompe. Allora, e solo allora, la sua forza viene redistribuita al

calcestruzzo e agli altri trefoli, proporzionalmente alla loro rigidità assiale. Il nucleo di calcestruzzo è il mezzo che redistribuisce la forza persa per mezzo di sforzi tangenziali.

### **Conseguenze**

Di conseguenza, al procedere della corrosione:

- Inizialmente, si romperanno i fili, e la forza da loro perduta sarà redistribuita ai fili gemelli *del medesimo trefolo*.
- Quando un trefolo si rompe, la sua forza è redistribuita agli altri trefoli e, se sono in una matrice di calcestruzzo, anche al calcestruzzo, proporzionalmente alla loro rigidità.
- La forza presa dagli altri trefoli non cambia quando si rompe un *filo* di un trefolo. Essa aumenta quando quel *trefolo* si rompe, dato che la sua forza deve essere presa dagli altri e, se, esiste, dal calcestruzzo.

## **3 Capacità portante di un singolo trefolo corrosivo**

Diversi studi hanno affrontato il problema di valutare la capacità portante residua di un trefolo a 7 fili corrosivo, tra i quali Pillai et al. 2014, Ebeling et al. 2016, Lee et al 2017, Chi-Ho et al. 2019, and Jeon et al 2020.

Il risultato fondamentale di questi studi è che la capacità portante di un singolo trefolo corrosivo, dipende dalla distribuzione della corrosione tra i fili e non può essere valutata moltiplicando l'area non corrosa del trefolo per il suo sforzo ultimo: la perdita di resistenza del trefolo è percentualmente maggiore della sua perdita di area. Ciò è particolarmente vero quando il *pitting* danneggia le unità (Jeon et al. 2020).

In particolare, saranno richiamati qui due metodi semplificati, per la loro semplicità di utilizzo e buona predizione dei risultati sperimentali.

Il primo considera la perdita di area complessiva del trefolo corroso in una data sezione. Questa perdita di area  $A_{corr}$  è la somma delle perdite di area di tutti e sette i fili. Il rapporto tra questa perdita complessiva di area e l'area totale originaria non corrosa del trefolo  $A_{s0}$  è per definizione il danno  $d$ :

$$d = \frac{A_{corr}}{A_{s0}}$$

Se la resistenza del trefolo non corroso è  $R_0$  e la resistenza del trefolo corroso è  $R$ , la resistenza non dimensionale di un trefolo corroso,  $r$ , può essere scritta come

$$r = \frac{R}{R_0}$$

La valutazione della resistenza di un trefolo corroso è fatta introducendo una semplice relazione lineare tra  $r$  e  $d$  nella forma seguente:

$$r = 1 - \alpha d \quad (1)$$

dove  $\alpha$  è un parametro maggiore di 1, il valore del quale è stato proposto nell'intervallo 1.3-3.1 ( $\alpha = 3.07$  Lee et al. 2017,  $\alpha = 1.5282$  Jeon et al. 2020). In questo lavoro, il valore di  $\alpha$  assunto per alcuni esempi sarà  $\alpha = 1.5$ , che è un valore assunto frequentemente. Il valore 1.3 è in buon accordo con le proprietà dei trefoli corrosi del Viadotto sul Polcevera (Rugarli 2020b). Comunque, tutte le formulazioni saranno ottenute lasciando  $\alpha$  indeterminato come parametro libero. Il Metodo (1) può anche essere usato per fili singoli, usati nelle costruzioni decenni fa.

Quindi, la perdita di resistenza è maggiore della perdita di area (una perdita identica avrebbe implicato  $r = 1 - d$ ,  $\alpha = 1$ ). Ciò tiene conto della intensificazione degli sforzi causata dalla corrosione.

La seconda formulazione proposta che sarà qui menzionata, sgorga dalla osservazione che la perdita di area del *filo* più corroso del trefolo è il miglior predittore della perdita di resistenza dell'intero *trefolo* (Ebeling et al, 2016, Chi-Ho 2019). Se  $A_{0w}$  è l'area non corrosa di un *filo* e  $A_{ci}$  è la sua perdita di area (con  $i=1-7$ ), la perdita di area del filo più corroso  $c_{max}$  può essere valutata come

$$c_{max} = \max_{i=1-7} \left\{ \frac{A_{ci}}{A_{0w}} \right\}$$

Ebeling et al. (2016) propongono il seguente predittore della resistenza del trefolo corroso:

$$r = -0.690 c_{max}^2 - 0.239 c_{max} + 0.997 \quad (2)$$

Questa espressione è stata ottenuta normalizzando i risultati proposti in Ebeling et al. 2016 al fine di esprimerli mediante parametri adimensionali (Rugarli 2020a).

Dato che lo scopo di questo lavoro è ottenere metodi semplici per determinare la resistenza di un insieme di trefoli corrosi, sarà usata la formulazione analitica più semplice (1).

Dato un trefolo  $i$ , se la azione di trazione che esso deve portare è  $F$ , la condizione limite è raggiunta quando la forza eguaglia la resistenza, ovvero quando

$$F = R$$

e dividendo tutto per  $R_0$ , in forma adimensionale quando

$$f = \frac{F}{R_0} = \frac{R}{R_0} = r$$

dove  $f$  è il livello di carico adimensionale.

Si assume che inizialmente, quando tutte le unità non sono corrosive, la forza che ciascuna unità deve portare sia  $F_0$ , cosicché tutte sono caricate a  $f_0=F_0/R_0$ , e  $r=r_0=1$  ( $f_0 <$

1). Quando la corrosione comincia a diffondersi, la resistenza di ciascuna unità diventa  $r_i$ , e in generale, se la unità è corrosa,  $r_i < r_0 = 1$ . Al tempo stesso, se qualche unità si è rotta, il carico  $f$  non è più  $f_0$ .

Di conseguenza, al fine di valutare le condizioni ultime, il problema è comparare  $f$  e  $r$  per tutte le unità.

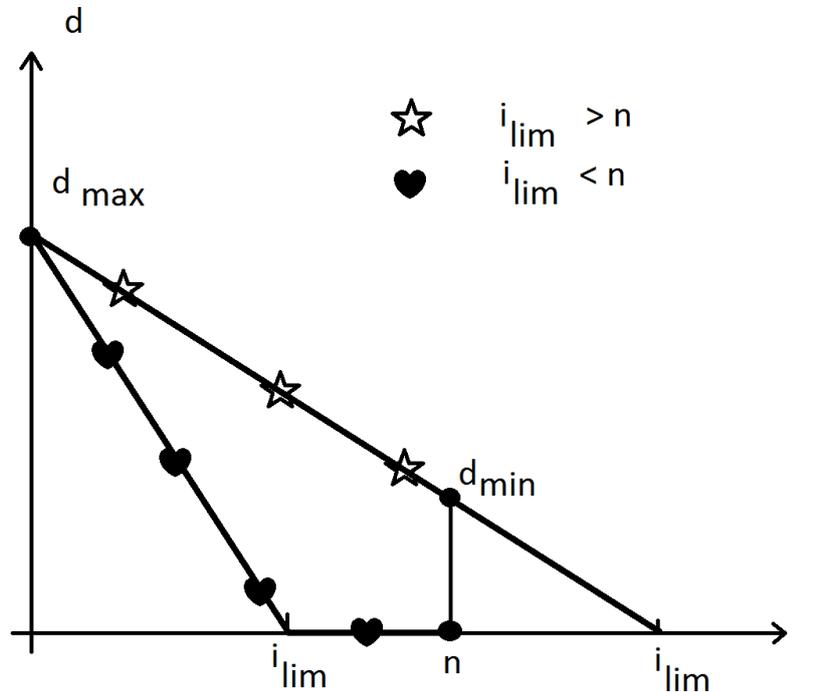
#### 4 Stima ingegneristica della distribuzione del danno per corrosione tra le unità

Senza perdita di generalità, le unità resistenti corrose possono essere ordinate in modo tale che ad un certo tempo  $t$ , la prima unità ( $i=1$ ) sia la più corrosa, mentre l'ultima ( $i=n$ ) sia la meno corrosa. Ciò implica assumere una distribuzione di danno avente le seguenti proprietà:

$$\begin{aligned}
 d &= d(i) \\
 d_{i+1} &\leq d_i \\
 \max_{i=1 \rightarrow n} \{d_i\} &= d_1 \\
 \min_{i=1 \rightarrow n} \{d_i\} &= d_n \\
 0 &\leq d \leq 1
 \end{aligned}$$

La curva che interpola i punti  $(i, d_i)$  nel piano  $(i-d)$  è la distribuzione del danno tra le unità a un certo istante  $t$ . Questa curva è definita tra le ascisse  $i=1, i=n$ ; deve essere decrescente (ovvero  $d' < 0$ ) e deve passare dai punti  $A(1, d_{max})$  e  $C(n, d_{min})$ . L'ordinamento delle unità per danno decrescente limita fortemente la forma della curva, e quindi è relativamente semplice assumere una forma matematica per la funzione relativa: lineare, parabolica, logaritmica o esponenziale sono candidati immediati.

La distribuzione può avere un ramo avente  $d=0$ , e può esserci un cambiamento nella pendenza, in particolare nel punto che connette un ramo costante agli altri.



**Figura 3: Possibili distribuzioni lineari del danno tra le unità. Nella curva col cuore, il danno non ha colpito tutte le unità, mentre nella curva con la stella, sì.**

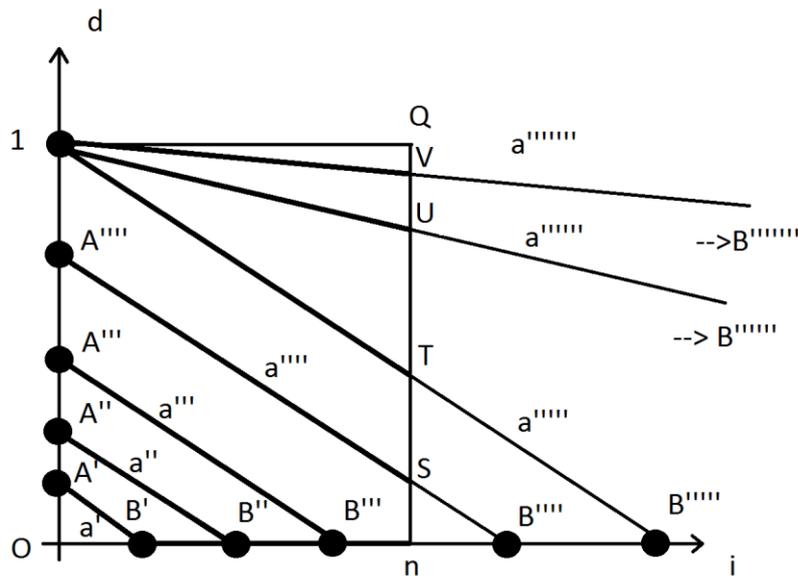
Tra tutte le possibili funzioni decrescenti, la più semplice è la funzione lineare, ovvero nel piano  $i$ - $d$ ,

$$d(i) = d_{max} \cdot \left( 1 - \frac{i-1}{i_{lim}-1} \right) \quad (3)$$

dove  $d_{max}$  è il danno massimo letto nell'insieme (per  $i=1$ ), e  $i_{lim}$  è l'indice della prima unità che non ha danno alcuno, ovvero della prima unità per la quale  $d = 0$ . Se questo  $i_{lim}$  è minore di  $n$ , allora per valori più alti di  $i$ ,  $d=d_{min}=0$  (curva col cuore di figura 3). Se invece  $i_{lim} > n$ , allora la unità con la corrosione minore,  $n^{esima}$ , ha il danno

$$d_{\min} = d_{\max} \cdot \left(1 - \frac{n-1}{i_{\lim}-1}\right)$$

che è raggiunto quando  $i=n$  (distribuzione con la stella di figura 3). Va osservato che  $i_{\lim}$  può essere maggiore del numero di unità disponibili. Se questo è vero, esso è meramente un parametro utile a stabilire il valore di  $d_{\min}$  per  $i=n$  mantenendo formalmente una unica equazione, (3).



**Figura 4. Diverse distribuzioni lineari di corrosione con il procedere del tempo: (A'-B')-(A''-B'')-(A'''-B'''). Le curve inspessite A'-B'... A'''-B''', A''''-S, 1-T, 1-U, 1-V, e 1-Q sono le distribuzioni, mentre le linee sottili sono le rette originate da esse.**

Usando distribuzioni lineari di danno, con riferimento alla figura 4, il progressivo diffondersi della corrosione tra le unità con il tempo, può essere descritto dal progressivo spostamento dei punti di controllo A e B, dalle posizioni A'-B' alle posizioni A''-B'', e così via.

La velocità di movimento lungo l'asse  $d$  del punto A è in relazione alla velocità di corrosione della unità più corrosa. La velocità di movimento del punto B lungo l'asse  $n$  è in relazione al crescente numero di unità attaccate dalla corrosione, nel tempo.

Il punto A non può oltrepassare il punto avente coordinate (1, 1), che è raggiunto quando la prima unità, la più danneggiata, è completamente corrosa; mentre il punto B può muoversi lungo l'asse "i" senza alcun limite. Quando B è all'infinito ( $i_{lim} = \infty$ ), tutte le unità hanno lo stesso danno,  $d_{max}$ .

A tempo infinito, la diffusione della corrosione può descriversi con la curva (1,1)-(n,1), (segmento "1"-Q), indicando che tutte le unità sono state completamente corrose, con la completa perdita della loro area. Ovviamente, questa distribuzione non è mai raggiunta perché il collasso avviene molto prima.

Il punto A è in relazione alla diffusione della corrosione nella unità più corrosa; il punto B è in relazione con il numero di unità che hanno una qualche pur minima corrosione, sino al punto (n, 0), e poi, come spiegato, indirettamente al danno minimo  $d_{min}$  della unità numero  $n$ .

Entrambe le quantità:

- Il danno della unità più corrosa,  $d_{max}$ ;
- Il numero di unità che hanno una qualche corrosione,  $i_{lim}-1$ , o in alternativa il danno ( $>0$ ) della unità meno corrosa, ovvero la unità  $n$ ,  $d_{min}$

sono misure del danno che possono essere stimate con una *relativa* facilità, purché siano fatte delle ispezioni o sia usato un affidabile metodo non distruttivo di indagine. Ovviamente, esse sono molto più semplici da stabilire, che stabilire l'esatto danno  $d$  per ogni unità  $i$ . Invece di valutare il danno per tutte le unità, noi possiamo valutare il danno

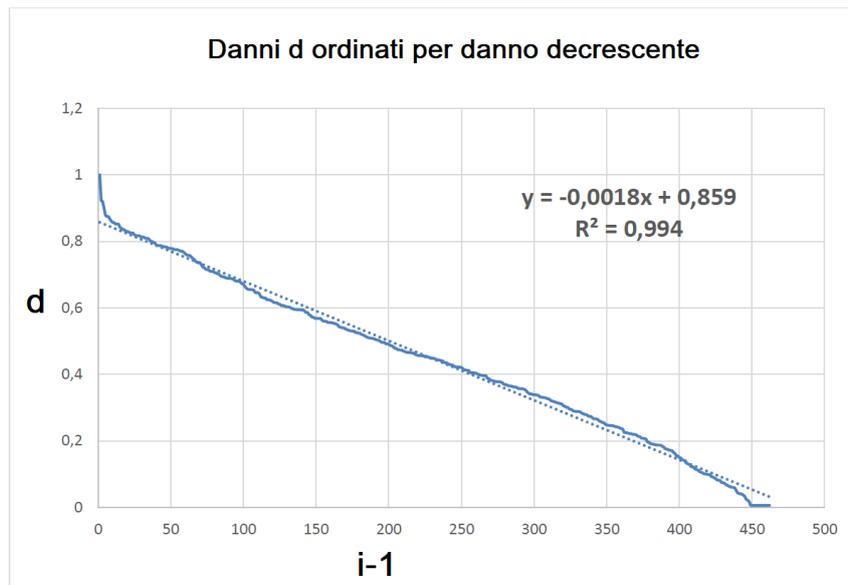
della unità più corrosa, e il numero delle unità corrose. Se si assume una distribuzione di danno lineare, ciò è sufficiente.

Queste quantità devono essere valutate con riferimento a una sezione S dove sia stata rilevata corrosione, e considerando una appropriata lunghezza  $L_r$  da ambo i lati.

La distribuzione lineare di danno (possibilmente con un ramo costante a  $d=0$ ) non è solo la distribuzione più semplice, ma è anche coerente con la ipotesi che la corrosione inizialmente attacchi una unità e poi gradualmente si diffonda alle altre, mentre la prima unità e le altre sperimentano una progressione del danno; così, sia il massimo danno per corrosione nella unità 1 che il numero di unità che sono in qualche modo corrose, aumentano con il tempo.

La linearità della distribuzione di danno è stata confermata durante l'analisi forense seguita al collasso del Viadotto sul Polcevera, che è uno dei rari casi in cui i diametri residui dei fili corrosi (minimo diametro dei fili corrosi) sono stati *tutti* misurati per i fili rotti di ciascun trefolo dopo un collasso reale. Quindi, questi sono risultati sperimentali, e confermano che il danno è linearmente distribuito (fig. 5).

I 464 trefoli nella sezione di rottura del tirante sud-est del sistema bilanciato numero 9 (il cui distacco, in accordo alla analisi forense condotta dai periti del giudice (Rosati et al. 2020), innescò il collasso del sistema bilanciato numero 9 del Viadotto sul Polcevera), avevano un danno distribuito linearmente con una approssimazione molto buona ( $R^2=0.994$ ). I fili non si ruppero esattamente nella stessa sezione longitudinale ed è stata osservata qualche limitata variazione nella posizione della sezione di rottura dei trefoli.

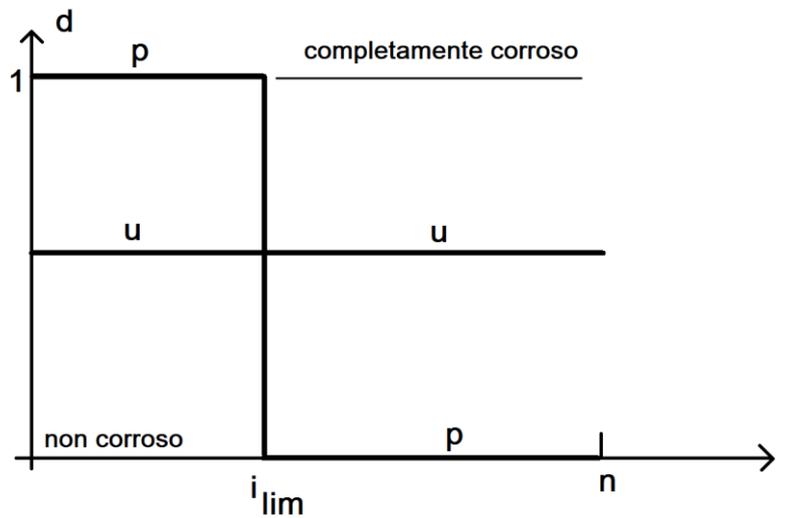


**Fig. 5. Il danno letto nei 464 trefoli del tirante sud-est rotto del sistema bilanciato numero 9 del Viadotto sul Polcevera, ordinati per danno decrescente, e la interpolazione lineare associata (curva punteggiata). Il danno del trefolo  $i$  va letto per  $b=i-1$ , quindi la curva va da 0 a 463 (Rugarli 2020b, con qualche modifica nei simboli).**

In quel caso (fig. 5), misurando il minimo diametro di tutti i *fili* rotti (ovvero  $464 \cdot 7$ , più di 3000), calcolando il danno per ciascun *trefolo*  $d_i$  ( $1 \leq i \leq 464$ ), e tracciando la loro distribuzione dopo averli ordinati per danno decrescente (fig. 5), fu trovato dall'autore che il danno dei *trefoli* del tirante nella sezione di rottura poteva essere descritto molto bene da una curva di interpolazione lineare assumendo  $d_{max}=0.86$   $i_{lim}=478$  ( $> n=464$ ) (per la misura del diametro residuo di tutti i fili rotti, Rosati et al. 2020, per il tracciamento della distribuzione dei danni, ordinati in modo decrescente nel piano  $i-d$ , Rugarli 2020b). La percentuale di area totale persa può essere valutata facilmente dalla figura 5 calcolando l'area del trapezio al di sotto della curva di

interpolazione e dividendo per 463:  $463 * (0.859+0.0256)/(2*463)=0.44$ , ovvero, 44%. Il valore 0.0256 è ottenuto ponendo  $x=463$  nella curva di interpolazione  $d=0.859-0.0018x$ .

Altre possibili distribuzioni del danno sono interessanti e saranno discusse con riferimento alla Figura 6.



**Figure 6. Le speciali distribuzioni di danno “interamente persi-vergini” (p) e “medesimo danno” (u).**

La prima è la distribuzione di danno che assume che tutte le unità abbiano lo stesso danno e sarà qui denominate “distribuzione di medesimo danno” (curva u della figura 6). Questa assume che tutte le unità siano esposte alla stessa azione corrosiva in ogni istante  $t$ . Può essere idealmente applicabile a unità attaccate tutte nello stesso modo, come ad esempio unità soggette a cicli di immersione nell’acqua e poi asciugatura. Non è realistica per un insieme di unità nel mondo reale che sono normalmente attaccate con un qualche schema geometrico.

La seconda è la distribuzione che assume che se  $A_{c,tot}$  è la perdita totale di area dell’insieme causata dalla corrosione, allora la perdita di area  $A_{c,tot}$  riguarda solo alcune

unità, che sono completamente corrose, *mentre tutte le altre rimangono in uno stato vergine* (distribuzione  $p$  della fig. 6). In questo caso, si può valutare il numero delle unità completamente corrose come

$$i_{\text{lim}} = \frac{A_{c,\text{tot}}}{nA_{s0}} \cdot n = \frac{A_{c,\text{tot}}}{A_{s0}}$$

La capacità portante è (le unità non corrose hanno tutte *la stessa resistenza*  $R_0$ , che è il motivo per il quale le loro resistenze possono essere correttamente sommate)

$$R_{\text{tot}} = (n - i_{\text{lim}}) \cdot R_0 = \left( n - \frac{A_{c,\text{tot}}}{A_{s0}} \right) \cdot R_0 = nR_0 \cdot \left( \frac{nA_{s0} - A_{c,\text{tot}}}{nA_{s0}} \right)$$

$$\frac{R_{\text{tot}}}{nR_0} = \frac{nA_{s0} - A_{c,\text{tot}}}{nA_{s0}} = 1 - \frac{A_{c,\text{tot}}}{nA_{s0}}$$

che è la forma numerica della *fallacia della parte non corrosa*: la capacità portante di un insieme di trefoli corrosi è una frazione di quella originaria, eguale al rapporto tra la somma delle aree della parte non corrosa e l'area totale originaria.

Quindi, la fallacia è strettamente correlata alla ipotesi che la perdita di area sia completamente concentrata in un certo numero di trefoli ( $i_{\text{lim}}$ ), mentre tutti gli altri siano ancora non corrosi, ovvero alla assunzione della distribuzione di danno  $p$  della figura 6. Che è semplicemente impossibile. Ciò che avviene in realtà, è che la perdita di area sarà disseminata tra molti diversi trefoli e che il tipico trefolo corroso *non perderà tutta* la sua area prima della rottura. Invero, come mostrato nella sezione precedente, la perdita di area necessaria a rompere un trefolo è correlata al suo livello di carico  $f$ , e dipende dalla distribuzione del danno tra i fili. In media, assumendo un unico  $\alpha$  per tutti i trefoli

$$r_i = \frac{R_i}{R_0} = 1 - \alpha d_i$$

e

$$d_i \neq d_j$$

il che è incompatibile con la distribuzione  $p$  della figura 6. Le unità corrose non avranno la stessa resistenza: invece, ci sarà un ordinamento della loro resistenza, ed esse si romperanno in funzione della loro resistenza individuale e del loro carico.

## 5 Capacità portante di sistemi unari soggetti a trazione (tipo 1)

### 5.1 Distribuzione del danno peggiore-tra-tutte

A un certo tempo  $t$ , sia  $d_i$  il danno della unità  $i$ , e si assuma che le unità siano ordinate in modo tale che  $d_i \geq d_{i+1}$ . Inizialmente esse sono tutte caricate a  $f_0$ .

Dato che la corrosione non cambia la rigidezza globale di ciascuna unità, se qualche unità è rotta il carico sulle rimanenti unità sarà lo stesso, indipendentemente dalla loro corrosione: ogni unità rimanente sarà caricata allo stesso modo delle altre. Assumendo che si siano rotte  $b$  unità, il carico adimensionale  $f$  applicato a tutte le unità corrose rimanenti sarà dunque eguale per tutte le unità e in particolare

$$f = f_0 \cdot \frac{n}{n-b} \quad (4)$$

La *peggiore-tra tutte* le possibili distribuzioni di danno tra le unità si ha quando, essendosi rotte  $b$  unità, il danno della prima unità non ancora rotta, il cui numero è  $i=b+1$ , è esattamente *il minimo* necessario a innescare la rottura della unità  $(b+1)$  al livello di carico accresciuto coerente con la rottura delle precedenti  $b$  unità rotte. Ciò si può scrivere nel seguente modo, eguagliando il carico applicato  $f(b)$  alla resistenza residua  $r$  della unità  $b+1$ , funzione del danno  $d_{b+1}$ :

$$f(b) = f_0 \cdot \frac{n}{n-b} = r(d_{b+1}) = 1 - \alpha d_{b+1}$$

Ovvero ( $b$  è compreso tra 0 e  $n-1$ )

$$d_{b+1} = \frac{1}{\alpha} \cdot \left( \frac{n-b-f_0n}{n-b} \right)$$

Sostituendo  $(b+1)$  con  $i$  (compreso tra 1 e  $n$ ), otteniamo la peggiore possibile distribuzione di danno tra le unità, per  $i$  compreso tra 1 e  $n$ :

$$d_i = \frac{1}{\alpha} \cdot \left( \frac{n-i+1-f_0n}{n-i+1} \right) \quad (5)$$

Quando  $b$  è sufficientemente alto, sia esso  $b=b_{lim}$ , il livello di carico  $f$  applicato alle unità rimanenti raggiungerà il valore 1, il che implica che anche le unità *non corrose* si romperanno anch'esse. Ciò avviene quando

$$1 = f_0 \cdot \frac{n}{n-b_{lim}}$$

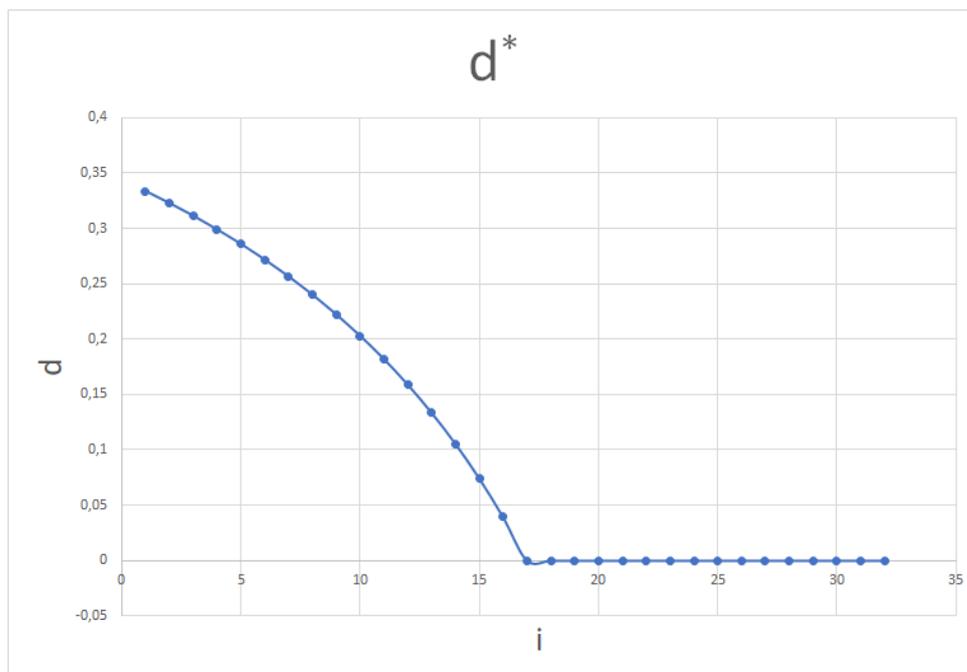
Ovvero

$$b_{lim} = n - f_0n$$

$$i_{lim} = n - f_0n + 1$$

Quindi, la peggiore-tra-tutte distribuzione di danno tra le unità,  $d^*(i)$ , è tale che (si veda la figura 7 per un grafico):

$$\begin{cases} d_i^* = \frac{1}{\alpha} \cdot \left( 1 - \frac{f_0n}{n-i+1} \right) & \text{per } i=1 \text{ sino a } n - f_0n + 1 \\ d_i^* = 0 & \text{per } i \geq n - f_0n + 1 \end{cases} \quad (6)$$



**Figura 7. Peggior distribuzione del danno  $d^*$  per  $n=32$ ,  $f_0=0.5$ , and  $\alpha=1.5$ .**

Questa distribuzione implica la minima perdita di area totale sufficiente a innescare la rottura progressiva di tutte le unità, non appena la prima, la più danneggiata, raggiunge il danno

$$d_1^* = \frac{1-f_0}{\alpha}$$

I danni successivi saranno:

$$d_2^* = \frac{1}{\alpha} \cdot \left(1 - \frac{f_0 n}{n-1}\right)$$

$$d_3^* = \frac{1}{\alpha} \cdot \left(1 - \frac{f_0 n}{n-2}\right)$$

e così via. Quindi, per ogni unità  $i$ , il danno della unità  $i$  è più alto di quello della unità  $i+1$ , ed ha esattamente l'ammontare necessario a portare avanti la sua rottura non

appena si siano rotte  $i-1$  unità. Il danno necessario a rompere l'unità successiva diminuisce all'aumentare del numero di unità rotte.

Questa è la peggiore-tra-tutte distribuzione del danno, ovvero quella che implica che l'insieme di unità caricate inizialmente a  $f_0$  collassi, tutte le unità si rompano, con la minima perdita di area complessiva a causa della corrosione.

La perdita di area globale associata a questa distribuzione può essere valutata sommando i danni, mentre la perdita relativa  $\xi$ , ovvero la frazione dell'area totale iniziale che è persa a causa della corrosione, può essere valutata dividendo per  $n$  la precedente somma dei danni. Quindi:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{n} \int_1^n d^*(i) di = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \left( \int_1^{n-f_0n+1} \left( 1 - \frac{f_0n}{n-i+1} \right) di + \int_{n-f_0n+1}^n 0 \cdot di \right) = \\ &= \frac{1}{n\alpha} \cdot (n - f_0n) + \frac{1}{n\alpha} \cdot [f_0n \cdot \ln(n-i+1)]_1^{n-f_0n+1} = \\ &= \frac{1}{n\alpha} \cdot (n - f_0n + f_0n \cdot \ln(f_0n) - f_0n \ln(n)) \Rightarrow \\ \xi &= \frac{1}{\alpha} \cdot (1 - f_0 + f_0 \ln f_0) \end{aligned} \quad (7)$$

Quindi, la percentuale di perdita di area totale per la peggiore-tra-tutte distribuzione del danno dipende solo da  $f_0$  e da  $\alpha$ . La Tabella 1 dà i valori di  $\xi$  per  $\alpha=1.5$  e differenti livelli di carico iniziale  $f_0$ .

$f_0$	$\alpha$	$\xi$
0.4	1.5	0.155
0.5	1.5	0.102
0.6	1.5	0.062
0.7	1.5	0.033

**Tabella 1: Percentuali di perdita di area totale associate alla peggiore possibile distribuzione del danno che porta al collasso dell'insieme di unità, per differenti valori iniziali del carico.**

Per esempio, per il livello di carico  $f_0=0.5$ , la peggiore-tra-tutte distribuzione del danno che innesca il collasso dell'insieme, implica una percentuale di perdita di area totale eguale a  $\xi=10.2\%$ .

Nella valutazione di  $\xi$ , la curva  $d^*(i)$  è ipotizzata continua. Più precisamente, se questa ipotesi non è valida, il valore di  $\xi$  può essere valutato dalla seguente espressione:

$$\xi = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^*}{n}$$

Comunque, se  $n$  è sufficientemente alto, la differenza tra l'integrale e la sommatoria è bassa. Per esempio, per  $n=32$  e  $f_0 = 0.5$ , la curva continua dà  $\xi=0.102$ , mentre la somma discreta dà  $\xi=0.107$ .

Stando alla fallacia della parte non corrosa, la perdita totale di area corrosa necessaria a innescare il collasso avrebbe dovuto essere pari al 50%.

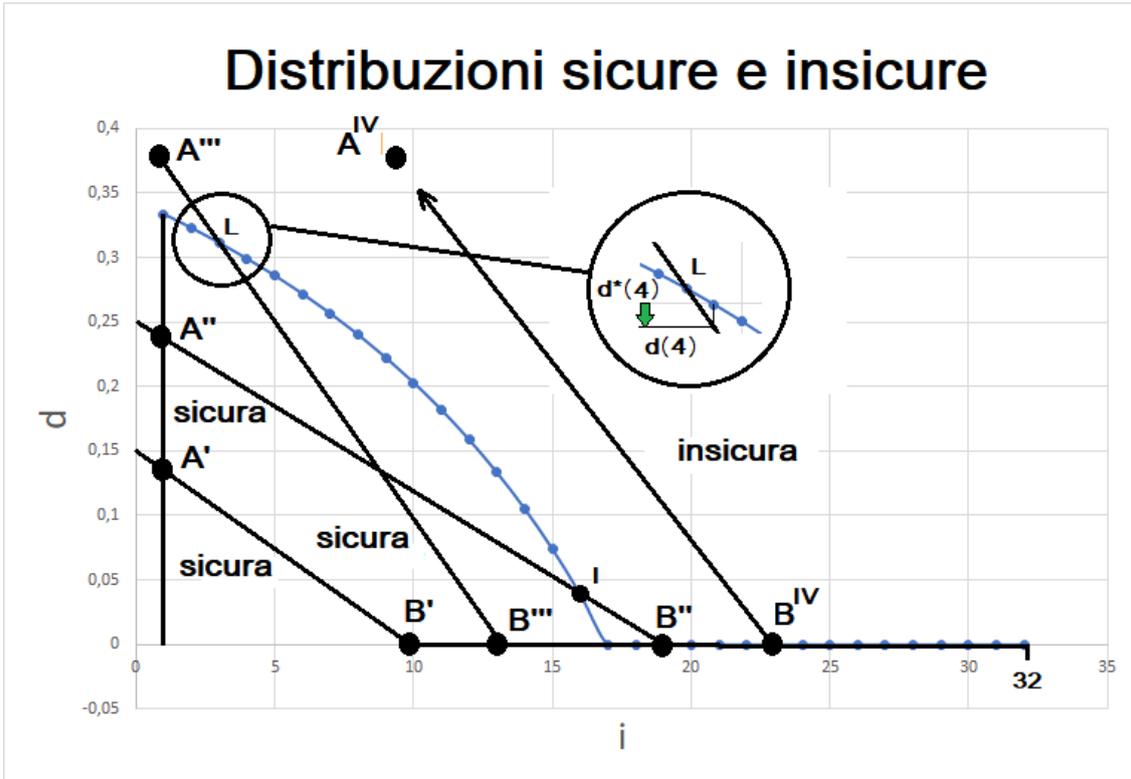
Quindi, non è vero che per portare al collasso un insieme di unità caricate al 50%,  $f_0=0.5$ , la perdita di area totale a causa della corrosione debba essere il 50%. La distribuzione di danno peggiore-tra-tutte, implica una perdita globale di area soltanto del 10.2%.

Le distribuzioni di danno del mondo reale non sono eguali a quella peggiore-tra-tutte, ma implicano una perdita di area molto minore di quella valutata con la fallacia della parte non corrosa, come si vedrà tra breve.

## **5.2 Condizione di collasso per distribuzioni reali di danno**

Il collasso dell'insieme corrosivo di unità avviene quando per tutti gli  $i$

$$d_i \geq d_i^*$$



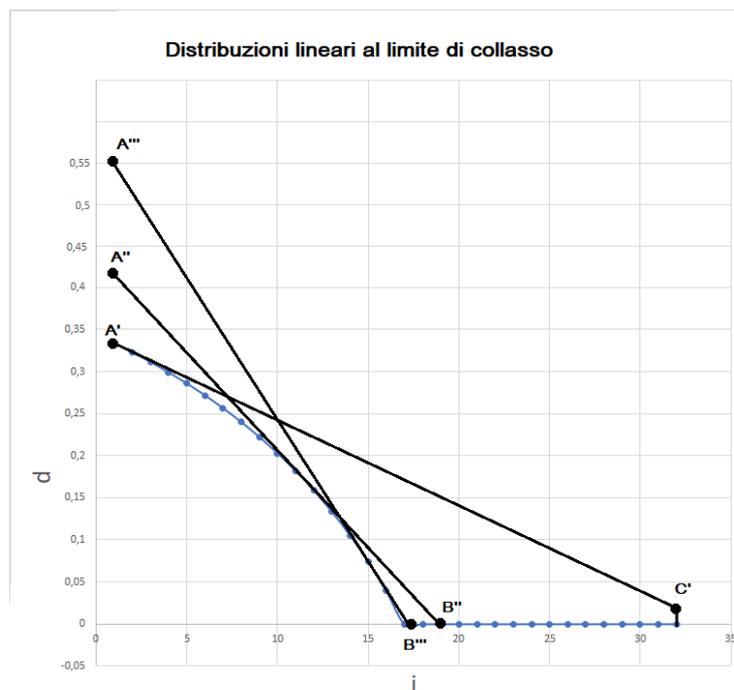
**Figura 8.**Esempi di distribuzioni sicure e insicure. La curva con i pallini è la peggiore-tra-tutte distribuzione di danno  $d^*$ .  $n=32, f_0=0.5, \alpha=1.5$ .

Facendo riferimento alle Figure 8 e 9, dove è tracciato l'esempio con  $n=32, f_0=0.5, \alpha=1.5$ :

1. La distribuzione  $A'-B'$  (Fig. 8) è sicura (ovvero non implica il collasso) perché per tutti gli  $i, d_i < d^*(i)$ . La prima unità non è rotta perché il suo danno è minore di  $(1-f_0)/\alpha=0.333$ .
2. La distribuzione  $A''-B''$  è sicura (Fig. 8). Le prime 16 unità (sino al punto di intersezione I) hanno un danno inferiore di quello della curva  $d^*$ , quindi non sono rotte. E' quindi irrilevante che per  $i > 16$ , il danno sia maggiore di  $d^*(i)$

perché le unità precedenti non si sono rotte: di conseguenza il livello di carico per tutte le unità è ancora  $f_0$ .

3. La distribuzione A<sup>'''</sup>-B<sup>'''</sup> è sicura (nel senso che non implica collasso) indipendentemente dal fatto che alcune unità si siano rotte. Le prime tre unità sono rotte perché il loro danno è maggiore o eguale a  $d^*$ . Comunque, il danno della quarta unità è minore di quello necessario a continuare le rotture. Dopo che si sono rotte tre unità, il livello di carico è  $0.5(32/29)=0.551$ . Secondo la equazione (1), il danno necessario a rompere la unità 4 è  $d^*=(1-0.551)/1.5 = 0.299$ . Invece, il danno  $d$  della unità 4 è minore di quel valore (si veda il dettaglio evidenziato nel cerchio), quindi la unità 4 non si rompe. Ciò interrompe il processo di rottura fino a che la corrosione sale ancora, sino al punto in cui la unità 4 raggiunge un danno pari a 0.299.
4. La distribuzione A<sup>IV</sup>-B<sup>IV</sup> non è sicura (Fig. 8) perché tutte le unità hanno un danno superiore a  $d^*(i)$ . E' irrilevante che 10 unità siano non-corrose: il livello di carico che esse devono portare,  $f$ , è maggiore di 1, e quindi si rompono anch'esse. Dato che 22 unità su 32 si sono rotte, il livello di carico della unità 23 non è più  $f_0=0.5$ , ma  $f=0.5(32/10)=1.6 \gg 1$ . Quindi si rompe. In aggiunta, alle altre succede la stessa cosa. Si rompono tutte.



**Figura 9. Distribuzioni lineari di danno al limite di collasso**

5. Allora è chiaro che il limite di collasso dell'intero insieme è raggiunto quando la distribuzione di danno reale  $d(i)$ , assunta lineare, è *tangente alla peggiore-tra-tutte distribuzione di danno*  $d^*(i)$ . Le distribuzioni tangenti (Fig. 9) sono perciò le distribuzioni che, non appena raggiunte dalla corrosione in evoluzione, innescano l'immediato collasso completo dell'intero insieme. Ci sono infinite distribuzioni lineari che sono tangenti alla peggiore-tra-tutte distribuzione  $d^*(i)$ . Nella Figura 9, sono state tracciate tre di esse:  $A'-C'$ ,  $A''-B''$ , e  $A'''-B'''$ .

Dato un valore di  $d_{max}$  (maggiore o eguale a  $d^*(1) = \frac{1-f_0}{\alpha}$ ), c'è solo un valore di

$i_{lim}$  (eq. 3) tale per cui la distribuzione del danno risulta tangente alla peggiore-tra-tutte. Quindi, facendo riferimento alla eq. (3), ciò che si deve trovare per definire le distribuzioni tangenti è una funzione  $i_{lim} = i_{lim}(d_{max})$ .

Per selezionare tra tutte le possibili distribuzioni lineari di danno nella forma (3), quelle tangenti alla distribuzione di danno peggiore-tra-tutte  $d^*(i)$ , devono essere scritte le seguenti due condizioni:

1. Per un certo valore di  $i$ , il valore di  $d(i)$  eguaglia il valore di  $d^*(i)$ .
2. Per lo stesso valore di  $i$  la pendenza della distribuzione lineare  $d(i)$  è identica alla pendenza (la tangente) della distribuzione di danno peggiore-tra-tutte  $d^*(i)$ .

Ovvero:

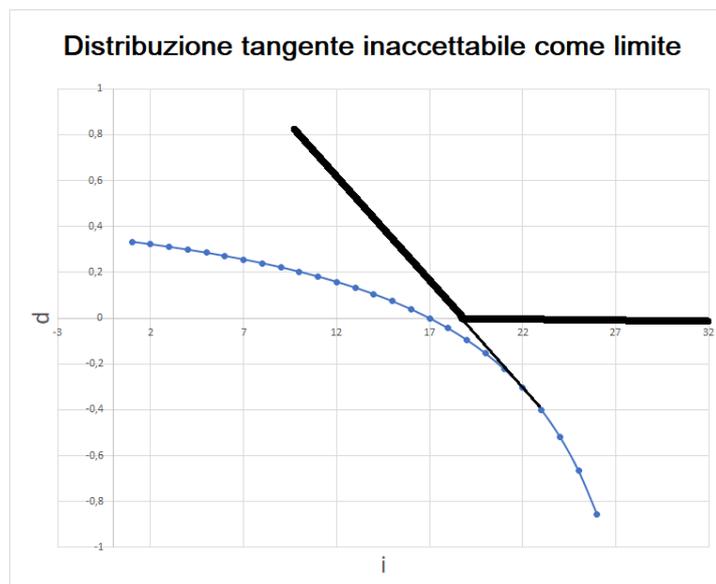
$$d_i^* = \frac{1}{\alpha} \cdot \left( 1 - \frac{f_0 n}{n-i+1} \right) = d_{\max} \cdot \left( 1 - \frac{i-1}{i_{\lim} - 1} \right) = d_i \quad (8)$$

$$d_i^{*' } = - \frac{f_0 n}{\alpha \cdot (n-i+1)^2} = - \frac{d_{\max}}{i_{\lim} - 1} = d_i'$$

Esprimendo  $i_{\lim}$  come funzione di  $d_{\max}$ , si trova la seguente relazione:

$$i_{\lim} = 1 + \frac{2\alpha d_{\max} n}{2\alpha d_{\max} - 2 + 4f_0 + 4\sqrt{f_0^2 + \alpha d_{\max} f_0} - f_0} \quad (9)$$

Si deve sottolineare che queste condizioni sono soddisfatte solo se la distribuzione di danno peggiore-tra-tutte è sufficientemente regolare, ovvero solo se  $b_{\lim}$  è sufficientemente alto (diciamo 8-10 o più). Se la distribuzione di danno peggiore-tra-tutte è una spezzata poligonale, come avviene quando  $b_{\lim}$  è basso, la condizione di tangenza della distribuzione lineare deve essere sostituita da una appropriata eguaglianza con una delle pendenze della spezzata poligonale.



**Figura 10. Distribuzioni lineari tangenti con punto di tangenza avente valore di  $d$  minore di 0 non sono distribuzioni al limite di collasso.**

Il punto dove la curva lineare  $d(i)$  è tangente alla curva non lineare regolare  $d^*(i)$  non deve avere valore negativo di  $d$ . Se questo succede, come mostrato in Fig- 10, la distribuzione  $d(i)$  è al di sopra del limite. Quindi, c'è un intervallo per i valori di  $d_{max}$  che possono essere associati alla condizione limite. Imponendo che il valore di  $i_{lim}$  della equazione (9) sia eguale all'  $i$  per il quale  $d^*(i)=0$ , ovvero,  $(n+1-f_0n)$ ,  $i=17$  in figura 9, otteniamo un valore superiore per i valori ammissibili di  $d_{max}$  associati a distribuzioni al limite di collasso:

$$d_{max,sup} = \frac{1-f_0}{\alpha f_0}$$

D'altro canto, il  $d_{max}$  associato al limite di collasso deve sicuramente essere superiore o eguale a  $d^*(1)$ , e quindi

$$d_{max,inf} = \frac{1-f_0}{\alpha}$$

Si può così arrivare alle conclusioni finali, se si assume una distribuzione lineare di danno:

1. Se  $d_{max}$  è minore di  $d_{max,inf}$  non c'è collasso, la prima unità non si è rotta e nemmeno le altre.
2. Se  $d_{max}$  è compreso tra  $d_{max,inf}$  e  $d_{max,sup}$ , la condizione limite viene raggiunta quando il valore di  $i_{lim}$  della distribuzione lineare di (eq. 3) è eguale alla espressione (9).
3. Se  $d_{max}$  è maggiore di  $d_{max,sup}$  allora la distribuzione lineare è al di sopra del limite di collasso.

Si deve sottolineare che la condizione qui descritta (tangenza a  $d^*$ ) deve essere altresì soddisfatta da ogni altra possibile distribuzione reale di danno. Il metodo è generale e può anche essere applicato per via grafica.

### **5.3 Risultati sperimentali**

Per quanto è noto all'autore, non c'è alcun risultato pubblicato disponibile che si riferisca al collasso di *insiemi* isolati di trefoli corrosi, e che forniscano l'ammontare del danno per corrosione misurato per ogni singola unità, dopo il collasso. Gli studi normalmente trattano il problema della resistenza di singoli trefoli corrosi, e non studiano il comportamento dell'insieme, con corrosione diseguale.

I risultati di questa sezione, comunque, derivano necessariamente dalle ipotesi fatte. In particolare:

1. Che la rigidità della unità, se lunga, non sia molto perturbata dalla corrosione.
2. Che la capacità portante di una singola unità sia governata dalla equazione (1).

3. Che la distribuzione reale di danno possa essere assunta lineare, come è stato trovato nel caso del Viadotto sul Polcevera.

In mancanza di dati sperimentali, la sezione successiva fornisce un esempio di applicazione per insiemi di Tipo 1.

### 5.4 Esempio

Un insieme di 32 trefoli inizialmente caricati a  $f_0=0.5$  si è corroso dopo 20 anni di servizio. La miglior possibile stima dell'ammontare della corrosione è che la massima perdita in un trefolo sia  $d_{max}=0.25$ , mentre la prima unità senza corrosione sia  $i_{lim}=20$  (ovvero, non sono corrosi 13 trefoli). Fornire una stima ingegneristica della vita rimanente dell'insieme.

Si calcolano immediatamente i seguenti valori:

$$\begin{aligned}d_{max,inf} &= 0.333 \\d_{max,sup} &= 0.666\end{aligned}$$

Al momento,  $t=t_1$ , l'insieme è sicuro perché  $d_{max} < d_{max,inf}$ . Per fornire una stima della vita rimanente, applichiamo un fattore di amplificazione eguale sia a  $d_{max}$  che a  $i_{lim}$ . Di conseguenza, la equazione (9) viene riscritta come

$$ki_{lim} = 1 + \frac{2\alpha kd_{max}n}{2\alpha kd_{max} - 2 + 4f_0 + 4\sqrt{f_0^2} + \alpha kd_{max}f_0 - f_0} \quad (10)$$

dove  $f_0=0.5$ ,  $n=32$ , e  $\alpha=1.5$ .  $i_{lim}=20$  e  $d_{max} = 0.25$ . L'incognita è ora  $k$  e può essere trovata numericamente pari a  $k=1.35$ .

Se si assume che al tempo  $t=t_0$ , il danno fosse nullo, mentre al tempo  $t=t_1$ , il danno ha un qualche valore  $d$ , si possono assumere due variazioni del danno con il tempo.

La prima ipotizza che il danno cresca linearmente col tempo. In questo caso, se come prima  $k=d(t_2)/d(t_1)$ , e  $\beta$  è una opportuna costante

$$\begin{aligned}d(t_2) &= \beta \cdot (t_2 - t_0) \\d(t_1) &= \beta \cdot (t_1 - t_0)\end{aligned}$$

che implica

$$t_2 - t_1 = (k - 1) \cdot (t_1 - t_0)$$

La seconda assume che il danno cresca quadraticamente col tempo. In questo caso,

$$\begin{aligned}d(t_2) &= \beta \cdot (t_2 - t_0)^2 \\d(t_1) &= \beta \cdot (t_1 - t_0)^2\end{aligned}$$

che implica

$$t_2 - t_1 = (\sqrt{k} - 1) \cdot (t_1 - t_0)$$

Negli esempi seguenti sarà usata la ipotesi quadratica.

Quindi, in accordo a questa stima, il collasso è atteso dopo un intervallo di tempo da ora eguale a

$$\Delta t = t_{collapse} - t_1 = (\sqrt{k} - 1) \cdot 20anni = 3.2anni$$

Comunque questa stima è stata ottenuta senza usare coefficiente di sicurezza, che invece è dovuto. Introducendo un ragionevole fattore di sicurezza eguale a 1.25 sia per  $d_{max}$  che per  $i_{lim}$ , otteniamo i valori “di progetto”:

$$d_{max,d} = 0.3125$$

$$i_{lim,d} = 25$$

e ora la equazione (10) deve essere risolta per  $k$  rinominato  $k_d$  e introducendo  $i_{lim,d}$  e  $d_{max,d}$  come  $i_{lim}$  e  $d_{max}$ , rispettivamente. Il valore di  $k_d$  ottenuto è  $k_d = 1.08$ . Quindi

$$\Delta t_d = t_{collapse,d} - t_1 = (\sqrt{k_d} - 1) \cdot 20anni = 0.8anni$$

che significa che un retrofitting o una sostituzione sono urgenti.

La percentuale di area totale persa al collasso può essere valutata come l'area del triangolo avente una base di  $1.08(i_{lim,d}-1)$  e una altezza di  $1.08d_{max,d}$  e dividendo per  $n=32$ :

$$\xi = \frac{1.08 \cdot 0.3125 \cdot 1.08 \cdot (25-1)}{2 \cdot 32} \approx 0.14$$

ovvero, 14%.

Secondo la fallacia della parte non corrosa, avrebbe dovuto essere pari al 50%.

## **6 Capacità portante di sistemi binari soggetti a trazione**

### **(Tipo 2)**

#### **6.1 Peggior distribuzione del danno**

Un nucleo in calcestruzzo di area  $A_{co}$  è soggetto a uno sforzo di compressione  $\sigma_0 (< 0)$  al tempo  $t_0$ . Questo sforzo di compressione è il risultato di una precompressione e, dopo di essa, della applicazione di una forza di trazione esterna. Nello stesso tempo, il carico di un insieme di  $n$  trefoli annegati nel calcestruzzo e adesi ad esso sia  $f_0$ . Questo carico è la somma del pretiro applicato alle unità ancora scorrevoli, più una forza di trazione addizionale dovuta a una forza assiale di trazione esternamente applicata, la quale è applicata dopo che l'adesione è efficace. Sia  $m$  il rapporto tra il modulo di Young dell'acciaio e il modulo di Young del calcestruzzo: normalmente è assunto il valore 10 o anche più, per considerare la viscosità e gli effetti di lungo termine.

La corrosione attacca le unità, e dopo un certo periodo di tempo, alcune di esse si rompono. Lungo la lunghezza di recupero  $L_r$ , da entrambe le parti rispetto al punto di

rottura, la forza di trazione persa dai trefoli è trasferita al nucleo di calcestruzzo, decomprimendolo, e agli altri trefoli ancora non rotti, il carico dei quali, aumenta.

Dopo che si è rotto un numero di trefoli sufficientemente alto, il calcestruzzo passa dall'essere compresso ad essere teso, finché esso raggiunge la sua tensione di rottura per trazione  $\sigma_t$ , e si rompe.

Quando il calcestruzzo si rompe, la forza di trazione che esso porta è istantaneamente trasferita ai rimanenti trefoli, corrosi e non corrosi, ed essi ora si comportano come l'insieme di trefoli isolato di Tipo 1, il cui comportamento meccanico è stato studiato nella sezione precedente.

Sia  $b$  il numero di trefoli rotti ad un certo istante di tempo  $t$  e sia  $f$  il livello di carico delle unità rimanenti. Sia  $db$  l'incremento differenziale del numero di unità rotte: la forza persa da essi è  $R_0fdb$ . Questa forza è presa sia dal calcestruzzo che dalle rimanenti unità non ancora rotte ( $n-b$ ), proporzionalmente alla loro rigidezza. Quindi, l'incremento di forza nel nucleo di calcestruzzo è (positivo e di trazione)

$$dF_{co} = d\sigma_c A_{co} = R_0fdb \cdot \frac{A_{co}}{A_{co} + m \cdot (n-b)A_{s0}}$$

dove  $A_{s0}$  è l'area di un trefolo non ancora rotto.

L'incremento totale di forza nei trefoli rimanenti è

$$dF_s = (n-b)R_0df = R_0fdb \cdot \frac{(n-b)mA_{s0}}{A_{co} + (n-b)mA_{s0}}$$

Quindi, possiamo scrivere le seguenti due equazioni differenziali:

$$d\sigma = \frac{R_0fdb}{A_{co} + m \cdot (n-b)A_{s0}}$$

$$df = fdb \cdot \frac{mA_{s0}}{A_{co} + (n-b)mA_{s0}}$$

che si risolvono osservando che:

- La seconda è facilmente risolta dividendo entrambi i membri per  $f$  e osservando che l'integrale di  $df/f$  è  $\ln(f)$
- La prima è poi risolta sostituendo la espressione di  $f$  trovata risolvendo la seconda equazione differenziale.
- Le due costanti di integrazione si trovano imponendo che per  $b=0, f=f_0$  e  $\sigma=\sigma_0$ .

Si trovano quindi le seguenti funzioni  $f(b)$  e  $\sigma(b)$ :

$$f = f_0 \cdot \frac{nmA_{s0} + A_{co}}{A_{co} + (n-b)mA_{s0}} \quad (10a)$$

$$\sigma - \sigma_0 = \frac{R_0 f_0 \cdot (nmA_{s0} + A_{co})}{mA_{s0} \cdot [(n-b)mA_{s0} + A_{co}]} - \frac{R_0 f_0}{mA_{s0}} \quad (10b)$$

La prima di queste due funzioni, (10a), è l'equivalente della equazione (4) per I sistemi di Tipo 1: essa dice come si accresce il carico al crescere del numero di trefoli rotti. Essa è valida fino al punto in cui il calcestruzzo raggiunge la sua tensione ultima di trazione  $\sigma_t$ , ovvero, quando il numero di trefoli rotti raggiunge il valore

$$b_{break,c} = \frac{(\sigma_t - \sigma_0) \cdot (nmA_{s0} + A_c)}{R_0 f_0 + (\sigma_t - \sigma_0) \cdot mA_{s0}} \quad (11)$$

Quando il calcestruzzo si rompe, non ci può più essere redistribuzione ad esso, e da quel punto in avanti i rimanenti  $(n-b_{break,c})$  trefoli si comportano come un insieme isolato (unario, Tipo 1). Il livello di carico dei trefoli dopo la rottura cambia improvvisamente da

$$f_{break,-} = f_0 \cdot \frac{nmA_{s0} + A_{co}}{(n-b_{break,c})mA_{s0} + A_{co}}$$

a

$$f_{break,+} = f_{break,-} + \frac{\sigma_t A_{co}}{(n - b_{break,c}) \cdot R_0}$$

Dalla fratturazione del calcestruzzo in poi, il carico  $f$  di ciascun trefolo rimanente cresce con il numero di rotture nei trefoli secondo la funzione

$$f = \left[ f_0 \frac{nmA_{s0} + A_{co}}{(n - b_{break,c})mA_{s0} + A_{co}} + \frac{\sigma_t A_{co}}{(n - b_{break,c}) \cdot R_0} \right] \cdot \frac{(n - b_{break,c})}{(n - b)} \quad \text{con } b > b_{break,c} \quad (12)$$

Seguendo il percorso logico seguito per i sistemi di Tipo 1, possiamo ora valutare la peggiore-tra-tutte distribuzione di danno tra i trefoli, la quale implica che quando si rompe il primo trefolo, si rompono anche tutti gli altri trefoli, uno dopo l'altro. A questo fine, scriviamo per il primo stadio (calcestruzzo non ancora rotto, eq. 10a)

$$f = f_0 \cdot \frac{nmA_{s0} + A_{co}}{A_{co} + (n - b)mA_{s0}} = 1 - \alpha d_{b+1} = r_{b+1}$$

In aggiunta, sostituendo  $b+1$  con  $i$ , otteniamo la peggiore-tra-tutte distribuzione di danno che è valida per  $i$  compreso tra  $i=1$  e sino a  $i=b_{break,c}+1$ :

$$d_i^* = \frac{1}{\alpha} \cdot \left[ 1 - f_0 \frac{nmA_{s0} + A_{co}}{(n - i + 1)mA_{s0} + A_{co}} \right] \quad i = 1 \text{ sino a } b_{break,c} + 1 \quad (13)$$

Dopo la rottura del calcestruzzo, usando la eq. 12 otteniamo la peggiore-tra-tutte distribuzione di danno per i trefoli rimanenti:

$$f = \left[ f_0 \frac{nmA_{s0} + A_{co}}{(n - b_{break,c})mA_{s0} + A_{co}} + \frac{\sigma_t A_{co}}{(n - b_{break,c}) \cdot R_0} \right] \cdot \frac{(n - b_{break,c})}{(n - b)} = 1 - \alpha d_{b+1} = r$$

Quindi, la peggior distribuzione di danno dopo la rottura del calcestruzzo è

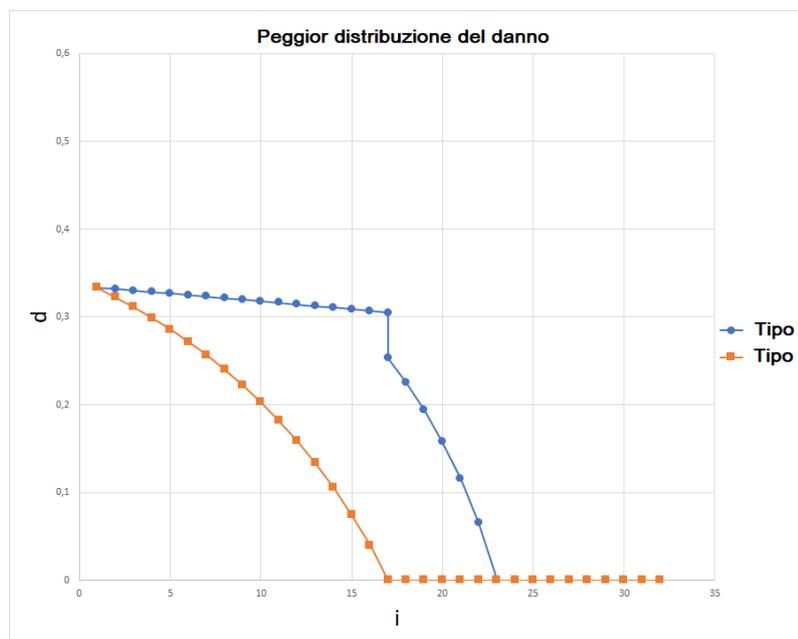
$$d_i^* = \frac{1}{\alpha} \left[ 1 - \left( f_0 \frac{nmA_{s0} + A_{co}}{(n - b_{break,c})mA_{s0} + A_{co}} + \frac{\sigma_t A_{co}}{(n - b_{break,c}) \cdot R_0} \right) \cdot \frac{(n - b_{break,c})}{(n - i + 1)} \right]$$

con  $i \geq b_{break,c} + 1$ .

La peggiore distribuzione di danno ha una discontinuità (di prima specie) per  $i=b_{break,c} + 1$ , ed essa è causata dalla improvvisa rottura del calcestruzzo (si veda la Fig. 11).

Nella Figura 11, è tracciata la curva di peggior distribuzione di danno per due identici insiemi di trefoli, identicamente caricati al tempo  $t=t_0$  e di Tipo 1 e 2. L'effetto protettivo del calcestruzzo (per il Tipo 2) è evidente, il che implica che la peggior distribuzione di danno abbia valori molto più alti di quella di Tipo 1, senza calcestruzzo.

Comunque, questo effetto protettivo ha un inconveniente: esso può cessare improvvisamente, dando luogo a un carico supplementare sui trefoli rimanenti, una situazione che deve essere considerata per la gran parte delle distribuzioni l'immediato scatenarsi del collasso.

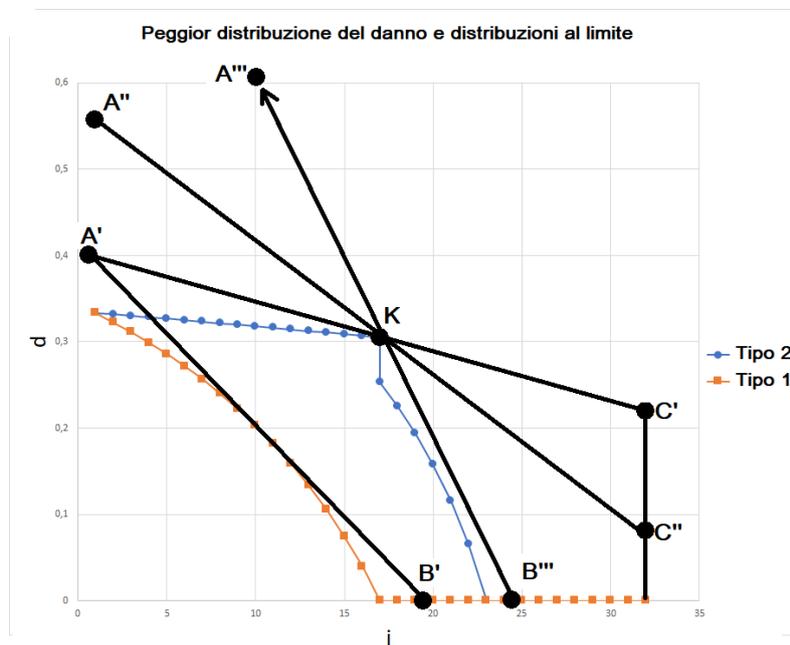


**Figura 11. Raffronto tra le peggiori distribuzioni di danno  $d^*$  per il Tipo 1 e per il Tipo 2. Per questi grafici sono stati usati I seguenti dati:  $n=32$ .  $\alpha=1.5$ .  $f_0=0.5$ .  $\sigma_0=-6$  MPa.  $\sigma_i=1.24$  MPa.  $A_{s0}= 93$  mm<sup>2</sup>.  $R_0=158.1$  kN.  $A_{co}=160,000$  mm<sup>2</sup>.  $m=10$ .**

## 6.2 Condizione di collasso per distribuzioni di danno reali

Come si può chiaramente vedere guardando la Figura 12, se si assume una distribuzione reale di danno di tipo lineare, come nella sezione precedente, la condizione limite si raggiunge *quando la curva lineare passa dal punto K*, le coordinate del quale sono

$$\mathbf{K} = \left\{ b_{break,c} + 1, \frac{1}{\alpha} \left[ 1 - f_0 \frac{nmA_{s0} + A_{co}}{(n - b_{break,c})mA_{s0} + A_{co}} \right] \right\}$$



**Figura 12. Distribuzioni di danno al limite di collasso per sistemi di Tipo 2. Considerando, per esempio,  $d_{max} = 0.4$  (punto A'), è evidente che il danno al collasso necessario per sistemi di Tipo 2 (A'-C') è molto più alto di quello necessario per sistemi di Tipo 1 (A'-B').**

Le rette aventi un certo  $d_{max}$ , per  $i=1$ , devono avere  $i_{lim}$  eguale alla seguente espressione per passare dal punto **K**:

$$i_{lim} = 1 + \frac{d_{max} \cdot b_{break,c}}{\left\{ d_{max} - \frac{1}{\alpha} \left[ 1 - f_0 \frac{nmA_{s0} + A_{co}}{(n - b_{break,c})mA_{s0} + A_{co}} \right] \right\}} \quad (14)$$

Ovvero, una distribuzione lineare di danno avente un certo  $d_{max}$  è alla condizione limite di collasso quando il suo  $i_{lim}$  è eguale alla espressione (14).

Ora, se a un certo tempo  $t=t_l$  la distribuzione di danno è valutata avere un certo  $d_{max}$  e un certo  $i_{lim}$ , in condizioni di sicurezza, se si assume una variazione lineare del danno col tempo, si può applicare un fattore  $k$  sia a  $d_{max}$  che a  $i_{lim}$ . Sostituendo  $d_{max}$  con  $kd_{max}$  e  $i_{lim}$  con  $ki_{lim}$  nella espressione (14), si trova una equazione algebrica di secondo grado nella quale la incognita è  $k$ . In particolare, introducendo per semplicità la posizione

$$U = \frac{1}{\alpha} \left[ 1 - f_0 \frac{nmA_{s0} + A_{co}}{(n - b_{break,c})mA_{s0} + A_{co}} \right] \quad (15)$$

si trova la seguente espressione per  $k$ :

$$k = \frac{i_{lim} U + d_{max} b_{break,c} + d_{max} + \sqrt{(i_{lim} U + d_{max} b_{break,c} + d_{max})^2 - 4d_{max} i_{lim} U}}{2d_{max} i_{lim}} \quad (16)$$

Usando la espressione (16), una volta che siano stati stimati i valori di  $d_{max}$  e  $i_{lim}$  della distribuzione lineare di danno, si può ottenere una misura ingegneristica della vita rimanente. Come nell'esempio della sezione precedente, è opportuno applicare un opportuno fattore di sicurezza, qui proposto eguale a 1.25, sia a  $d_{max}$  che a  $i_{lim}$ .

### 6.3 Risultati sperimentali

Il metodo qui descritto per i sistemi di Tipo 2, è stato usato per spiegare il collasso del tirante Sud-Est del Sistema bilanciato numero 9, del Viadotto sul Polcevera (Fig. 13), con buon accordo con i dati disponibili.

Questo è uno dei rari casi nei quali la maggior parte dei dati necessari sono stati misurati. Il collasso del Viadotto sul Polcevera può quindi essere considerato come un esperimento nel mondo reale del collasso di sistemi corrosi di Tipo 2.

Si devono usare i seguenti dati:

$$d_{max}=0.859 \quad (*)$$

$$i_{lim} = 478 \quad (*)$$

$$\alpha=1.3 \quad (*)$$

$$n=464 \quad (*)$$

$$f_0=0.4$$

$$\sigma_0=-6.7$$

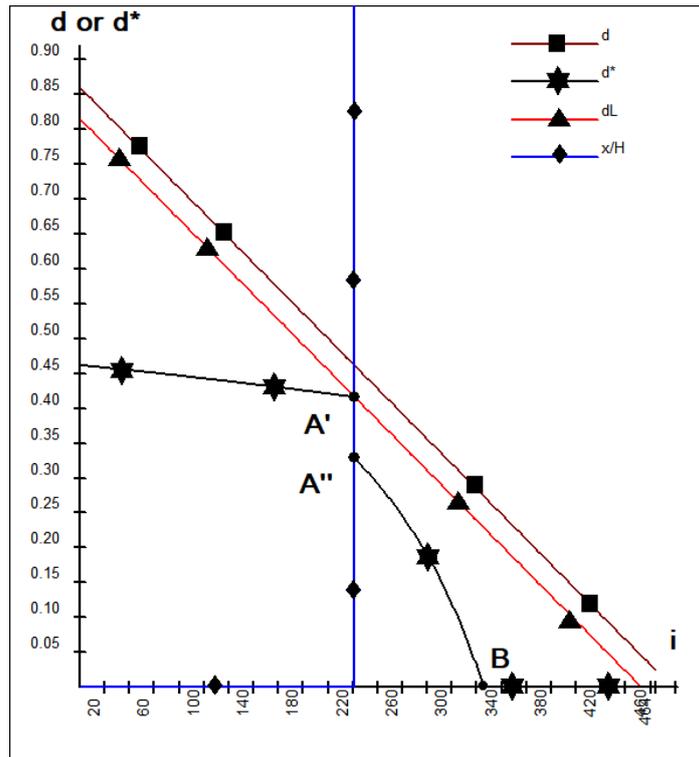
$$\sigma_i=4 \quad (*)$$

$$A_{s0}=93 \text{ mm}^2 \quad (*)$$

$$A_{co}=1220*980 \text{ mm}^2 - 464*93 \text{ mm}^2=1152448 \text{ mm}^2 \quad (*)$$

$$m=10$$

$$R_0=1800 \text{ MPa}*93 \text{ mm}^2 \quad (*)$$



**Figura 13. Il tracciamento delle curve  $d^*(i)$ ,  $d(i)$  e  $d_{lim}(i)$  per tirante Sud-Est del sistema bilanciato numero 9 del Viadotto sul Polcevera, nella sezione di rottura. La curva coi rombi è la profondità relativa della fessura, ovvero 0 o 1. Il calcestruzzo si rompe nel punto  $A'=K$ . Al punto  $A''$ , è reagente solo l'acciaio.**

- I dati marcati con un asterisco derivano da *misure* prese durante l'analisi forense.
- I valori di  $f_0$  e di  $\sigma_0$  non sono noti con certezza, e sono stati usati i valori di progetto.
- Il valore di  $m$  è una stima ragionevole, il risultato dipende poco da questo valore.
- I valori di  $d_{max}$  e di  $i_{lim}$  derivano dalle misure dei fili rotti fatte dopo il collasso, come già spiegato, non è applicato alcun fattore di sicurezza (si tratta della linea con i quadrati della Figura 13, la quale a sua volta coincide con la curva punteggiata della Figura 5).

Con questi valori:

$$b_{break,c} \approx 220; U=0.415; k=0.948.$$

e

$$\begin{aligned} t_{collapse} - t_{2018} &= (\sqrt{0.946} - 1) \cdot (t_{2018} - t_{1967}) \\ t_{collapse} &= 2018 - 0.0273 \cdot 51 \approx 2016.6 \end{aligned}$$

Considerando le incertezze associate ai valori di  $\sigma_0$  e  $f_0$ , ovvero i valori iniziali di carico nei trefoli e nel calcestruzzo, applicati al momento della costruzione, gli altri dati incerti e la vicinanza del valore di  $k$  ottenuto a 1.0 (una differenza di 0.053, ovvero solo il 5.3%), questa, è opinione dell'autore, deve essere considerata una spiegazione ingegneristicamente esatta del collasso che avvenne il 14 Agosto 2018.

In verità, i metodi qui presentati sono stati ottenuti dall'autore dopo uno studio approfondito del collasso.

Quindi, il collasso del Viadotto sul Polcevera deve essere considerato un tragico test sperimentale. Lo studio di questo tragico test ha condotto al metodo qui proposto:

- La distribuzione reale di danno nei trefoli è stata misurata filo per filo ed essa è lineare (curva con i quadrati Fig. 12);
- Essa ha raggiunto il punto  $\mathbf{K}=\mathbf{A}'$  della peggior distribuzione di danno (curva con la stella della Fig. 12) con ottimo accordo.
- Il calcestruzzo si è d'un tratto rotto, e la rottura progressiva di Tipo 1 di tutti i trefoli rimanenti è seguita immediatamente. Dopo il punto  $\mathbf{A}'=\mathbf{K}$  la distribuzione reale di danno è molto più alta della distribuzione peggiore tra tutte (curva con la stella).
- La rottura del tirante causò il collasso dell'intero "sistema bilanciato numero 9", dato che il bilanciamento delle forze fu istantaneamente perso.

Il collasso causò la morte di 43 persone.

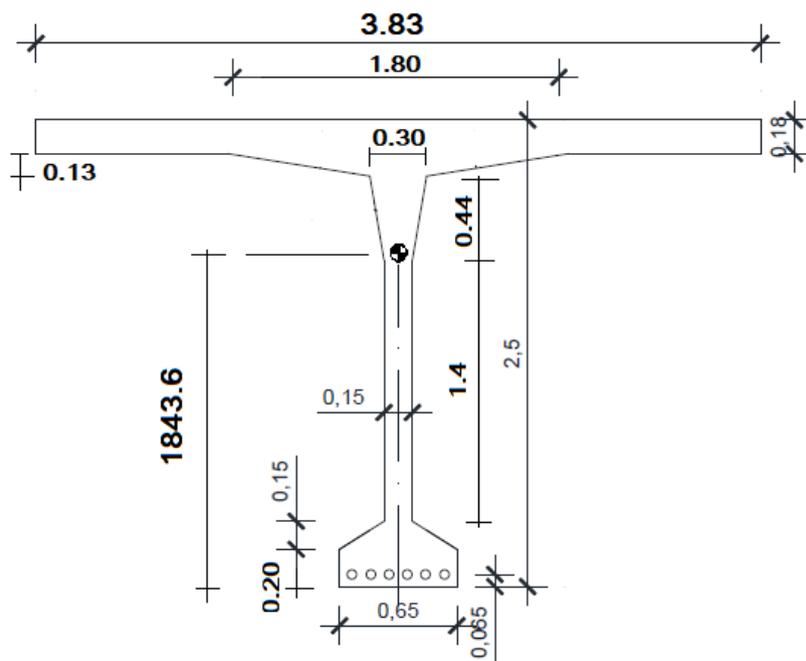
## **7 Capacità portante di sistemi binari soggetti a momento flettente e azione assiale (Tipo 3)**

### **7.1 Peggior distribuzione di danno**

Una sezione di calcestruzzo armato precompresso, dopo l'applicazione di un momento esterno positivo  $M$ , è tale per cui le  $n$  unità di acciaio di area  $A_{s0}$  (trefoli o anche nei casi più vecchi fili singoli) sono tutte caricate a  $f_0$ , ovvero, dopo l'applicazione del momento  $M$  lo sforzo di compressione (negativo) sulla fibra inferiore della sezione di calcestruzzo sia  $\sigma_{bot0}$ . I dati necessari sono  $f_0$  e  $\sigma_{bot0}$  al tempo  $t=t_0$ . Il metodo e le equazioni sono valide anche se è applicata una azione assiale  $N$  oltre al momento flettente  $M$ .

Si assumerà che il momento flettente  $M$  e l'azione assiale  $N$ , se applicata, siano mantenuti costanti dal tempo  $t=t_0$  quando non c'è alcuna corrosione, al tempo  $t=t_1$ , quando viene riscontrata una distribuzione di danno causata da corrosione. Il momento flettente  $M$  può a favore di sicurezza essere assunto pari alla somma dei momenti causati dai carichi permanenti e variabili, considerando per questi ultimi un ragionevole ammontare (per esempio i valori rari o i valori frequenti).

Facendo riferimento alla Figura 14, vengono introdotti i seguenti nuovi simboli:



**Figura 14. Una sezione da ponte in calcestruzzo precompresso. Misure in metri, ad eccezione della distanza del baricentro dal lembo inferiore, in mm.**

- $e_c$  la distanza del baricentro della sezione in calcestruzzo dalla estremità inferiore (senza considerare l'acciaio, 1843.6 mm per la sezione nella Figura 14).
- $J_c$  il momento di inerzia della sezione in calcestruzzo rispetto al suo baricentro (0.9862 m<sup>4</sup> per la sezione in Figura 14).
- $A_{c0}$  l'area della sezione in calcestruzzo (1.345 m<sup>2</sup> per la sezione di Figura 14).
- $c$  la distanza del baricentro dell'acciaio rispetto alla fibra inferiore (65 mm in fig. 14).
- $H$  l'altezza della sezione (2500 mm in Fig. 14).
- $B_l$  la larghezza della sezione in basso (650 mm in fig. 14, si veda anche la Figura 15).

- $B_2$  la larghezza dell'anima, o in generale, una seconda larghezza (150 mm in fig. 14).
- $H_1$  la altezza della sezione lungo la quale la larghezza  $B=B_1$  è costante (200 mm in Fig. 14).
- $H_2$  la altezza della zona di transizione dalla larghezza  $B_1$  alla larghezza  $B_2$  (150 mm in Fig. 14).

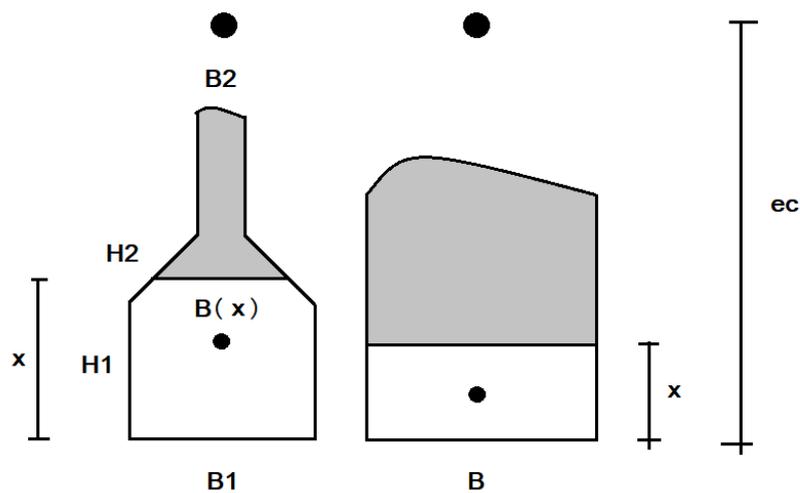
Considerando anche l'acciaio, si possono trovare le seguenti espressioni per la posizione del baricentro della sezione calcestruzzo + acciaio,  $e_0$ , la sua area omogeneizzata  $A_0$ , e il suo momento di inerzia rispetto all'asse baricentrico della sezione composta  $J_0$ :

$$e_0 = \frac{A_c e_c + mnA_{s0}c}{A_c + mnA_{s0}}$$

$$A_0 = A_c + mnA_{s0} \quad (17)$$

$$J_0 = J_c + A_c \cdot (e_0 - e_c)^2 + mnA_{s0} \cdot (e_0 - c)^2$$

dove è stato usato il coefficiente di omogeneizzazione  $m$ .



**Figura 15.** Il dettaglio di una sezione fessurata.  $x$  è la profondità della fessura

Durante il processo di corrosione, si rompe un numero  $b$  di unità, e la sezione può essere fessurata. Si assumerà il simbolo  $x$  per la profondità della fessura, ovvero per la distanza tra il limite fessurato della sezione e la fibra inferiore (fig. 15).

Le espressioni per il baricentro, l'area e il momento di inerzia della sezione fessurata con qualche unità rotta, devono allora essere modificate come segue:

$$e(x, b) = \frac{A_c e_c - S_{loss}(x) + mnA_{s0}c - bmA_{s0}c}{A_c + mnA_{s0} - bmA_{s0}} \approx e(x) = e_x = \frac{A_c e_c - S_{loss}(x) + mnA_{s0}c}{A_c + mnA_{s0}}$$

$$A = A_c - A_{loss}(x) + mnA_{s0} - mA_{s0}b$$

$$J = J_c + A_c \cdot (e_x - e_c)^2 - J_{loss}(x) + mnA_{s0} \cdot (e_x - c)^2 - mA_{s0} \cdot (e_x - c)^2 b$$

Se si definiscono le grandezze supplementari

$$A_x = A_c - A_{loss}(x) + mnA_{s0}$$

$$J_x = J_c + A_c \cdot (e_x - e_c)^2 - J_{loss}(x) + mnA_{s0} \cdot (e_x - c)^2$$

Si ottiene

$$A = A_x - mA_{s0}b$$

$$J = J_x - mA_{s0} \cdot (e_x - c)^2 b$$

$A_{loss}$ ,  $S_{loss}$  e  $J_{loss}$  sono le perdite di area, momento statico e momento di inerzia della sezione di calcestruzzo, causate dalla fessurazione, rispettivamente. Esse sono una funzione di  $x$ .

Nella espressione di  $e_x$ , la dipendenza da  $b$  è stata trascurata, assumendo  $e(x, b) \approx e(x)$

Per il caso più semplice di sezione rettangolare, le perdite della sezione sono

$$A_{loss}(x) = B_1 x$$

$$S_{loss}(x) = B_1 x \cdot \frac{x}{2}$$

$$J_{loss}(x) = \frac{1}{12} B_1 x^3 + B_1 x \cdot \left( e_x - \frac{x}{2} \right)^2$$

Il caso più complesso di una sezione avente un bulbo in basso è omissis, ma non presenta complessità.

Se si rompe il differenziale di una unità,  $db$ , quando essa è al livello di carico  $f$ , in una generica configurazione fessurata o no, la forza e il momento persi sono

$$dF = fdbR_0$$

$$dM = fdbR_0 \cdot (e_x - c)$$

La variazione di  $f$  nell'acciaio e di sforzo di compressione (o trazione) alla interfaccia fessurato-non fessurato a causa di questa forza e di questo momento, possono essere trovate scrivendo

$$df = \frac{fdbR_0}{A} \cdot \frac{mA_{s0}}{R_0} + \frac{fdbR_0 \cdot (e_x - c) \cdot (e_x - c)}{J} \cdot \frac{mA_{s0}}{R_0} = fdb \frac{mA_{s0}}{A_x - bmA_{s0}} + fdb \frac{mA_{s0} \cdot (e_x - c)^2}{J_x - mA_{s0} \cdot (e_x - c)^2 b}$$

$$d\sigma = \frac{fdbR_0}{A} + \frac{fdbR_0 \cdot (e_x - c) \cdot (e_x - x)}{J} = fdbR_0 \frac{1}{A_x - mA_{s0}b} + fdbR_0 \frac{(e_x - c) \cdot (e_x - x)}{J_x - mA_{s0} \cdot (e_x - c)^2 b}$$

Questo è un sistema di due equazioni differenziali accoppiate che può essere risolto come segue. La prima fornisce  $f=f(b,x)$ . Essa ha la soluzione

$$\ln f = -\ln(A_x - mA_{s0}b) - \ln(J_x - mA_{s0} \cdot (e_x - c)^2 b) + C_1$$

dove  $C_1$  è una costante che può essere trovata imponendo che per  $b=0$  e  $x=0$ ,  $f=f_0$ . Quindi, si trova la seguente espressione per  $f$  (se si trova che  $f$  è maggiore di 1, il collasso è stato raggiunto anche in assenza di danno per corrosione nelle unità rimanenti):

$$f = \frac{f_0 A_0 J_0}{(A_x - mA_{s0}b) \cdot (J_x - mA_{s0} \cdot (e_x - c)^2 b)} \leq 1 \quad (18)$$

Sostituendo questo  $f$  nella equazione differenziale relativa a  $d\sigma$ , otteniamo la seguente equazione differenziale:

$$d\sigma = R_0 f_0 A_0 J_0 \cdot \left\{ \frac{db}{(A_x - mA_{s0}b)^2 [J_x - mA_{s0} \cdot (e_x - c)^2 b]} + \frac{(e_x - x) \cdot (e_x - c) db}{(A_x - mA_{s0}b) [J_x - mA_{s0} \cdot (e_x - c)^2 b]^2} \right\}$$

Questa si può risolvere come

$$\sigma = \frac{R_0 f_0 A_0 J_0}{mA_{s0} [J_x - A_x \cdot (e_x - c)^2]^2} \cdot \left\{ [(e_x - x) \cdot (e_x - c) - (e_x - c)^2] \cdot \ln \left[ \frac{J_x - mA_{s0} (e_x - c)^2 b}{A_x - mA_{s0} b} \right] + \frac{J_x - A_x \cdot (e_x - c)^2}{A_x - mA_{s0} b} - \frac{[J_x - A_x \cdot (e_x - c)^2] \cdot (e_x - x) \cdot (e_x - c)}{J_x - mA_{s0} \cdot (e_x - c)^2 b} \right\} + C_2 \quad (19)$$

La costante  $C_2$  si può trovare osservando che la funzione di  $x$  e  $b$   $\sigma(x, b)$  deve essere eguale a  $\sigma_{bot0}$  per  $x=0$  e  $b=0$ :  $\sigma(0, 0) = \sigma_{bot0}$ . Quindi

$$C_2 = \sigma_{bot0} - \frac{R_0 f_0 A_0 J_0}{mA_{s0} [J_0 - A_0 \cdot (e_0 - c)^2]^2} \cdot \left\{ [e_0 \cdot (e_0 - c) - (e_0 - c)^2] \cdot \ln \left[ \frac{J_0}{A_0} \right] + \frac{J_0 - A_0 \cdot (e_0 - c)^2}{A_0} - \frac{[J_0 - A_0 \cdot (e_0 - c)^2] \cdot e_0 \cdot (e_0 - c)}{J_0} \right\}$$

Il numero di unità rotte correlato alla prima fessurazione del calcestruzzo può essere trovato dalla espressione finale  $\sigma = \sigma(x, b)$  imponendo che lo sforzo alla fibra inferiore ( $x=0$ ) sia eguale al limite di rottura per trazione  $\sigma_t$  (che può anche essere assunto pari a 0):

$$\sigma_t = \sigma(0, b)$$

Questa equazione può essere risolta numericamente. Sia  $b = b_{break}$  la sua soluzione. Quando il numero di unità rotte raggiunge questo valore, il calcestruzzo alla fibra inferiore è al limite di rottura.

Da quel punto in poi, dato un valore di  $b = b_{cur} > b_{break}$ , la incognita è  $x$ . Per ogni  $b_{cur}$ , il valore di  $x_{cur}$  associato si trova numericamente risolvendo la equazione

$$\sigma_i = \sigma(x, b_{cur})$$

Ora, dato che abbiamo il valore di  $x_{cur}$  associato a  $b_{cur}$ , possiamo sostituire  $x$  con  $x_{cur}$  e  $b$  con  $b_{cur}$  nella espressione (18), dove  $A_x$  e  $J_x$  sono funzioni note di  $x$ , per trovare il valore  $f_{cur}$  del carico sulle unità rimanenti, non ancora rotte. Impostando un ciclo con  $b$  compreso tra 0 e  $n-1$ , abbiamo l'algoritmo della Tabella 2, necessario per trovare la peggior distribuzione del danno  $d^*(i)$ .

$b$	$f$	$d^*$
$0 \leq b_{cur} \leq b_{break}$	Usa la (18) con $x=0$ per trovare $f_{cur}$	$d_{b+1}^* = d_i^* = \frac{1-f_{cur}}{\alpha}$
$b_{cur} > b_{break}$	Usa la (19) con $\sigma=\sigma_i$ e $b=b_{cur}$ per trovare $x=x_{cur}$ Usa la (18) con $\sigma=\sigma_i$ , $x=x_{cur}$ e $b=b_{cur}$ per trovare $f_{cur}$	$d_{b+1}^* = d_i^* = \frac{1-f_{cur}}{\alpha}$

**Tabella 2. Algoritmo per trovare la peggior distribuzione di danno per i sistemi di Tipo 3.**

## **7.2 Dati sperimentali**

Per quanto è a conoscenza dell'autore, non ci sono dati completi disponibili che si riferiscano a prove di travi precomprese caricate sino a collasso, ed aventi la parte di acciaio corrosa. In particolare, quel che sarebbe necessario per validare il metodo per il Tipo 3, e che manca, è la misura del danno di tutte le unità dopo il collasso. Per quanto è noto all'autore, questa informazione non è disponibile nei test pubblicati. Idealmente, queste prove dovrebbero essere condotte usando travi reali, aventi la parte di acciaio corrosa. L'autore ritiene che questi test siano urgentemente necessari, considerato l'alto numero di ponti esistenti che hanno le unità resistenti di acciaio corrose.

I risultati ottenuti in questa sezione sono una diretta conseguenza formale delle ipotesi principali, che in parte sono in comune con quelle usate per i sistemi di Tipo 1 e 2, e che sembrano complessivamente tutte ragionevolmente corrette, ovvero:

- Che la rigidità globale di unità di acciaio lunghe non sia molto modificata dalla corrosione.
- Che la capacità di carico delle unità singole possa essere descritta mediante la (1).
- Che le unità di acciaio siano tutte sufficientemente vicine una all'altra, in modo che si possa trascurare la differenza nella loro posizione.
- Che la distribuzione reale del danno tra le unità sia lineare, come quella trovata nel tirante del Viadotto sul Polcevera. Comunque, il principale risultato del metodo è la peggiore-tra-tutte distribuzione di danno per i sistemi di Tipo 3, che è una proprietà della struttura originaria. Ogni distribuzione reale di danno può essere raffrontata ad essa.

Secondo l'autore, il metodo qui presentato può essere usato per stime ingegneristiche della sicurezza di strutture esistenti, purché siano usate stime a favore di sicurezza della distribuzione reale di danno.

In mancanza di dati sperimentali da raffrontare, nelle sezioni successive saranno forniti due esempi.

### 7.3 Esempio 1

Si ipotizzi l'utilizzo della sezione in calcestruzzo della figura 14, che è una sezione reale da ponte. Sono usati i valori della Tabella 3: I valori relativi alla distribuzione reale di danno sono fittizi.

$n$	$A_{s0}$ (mm <sup>2</sup> )	$m$	$\alpha$	$f_0$	$R_0$ (N)	$\sigma_{bot0}$ (MPa)	$d_{max}$	$i_{lim}$	$t_1-t_0$ anni
252	28.27	15	1.3	0.718	48059	-3.78	0.2	200	20

**Tabella 3. Dati per l'esempio 1**

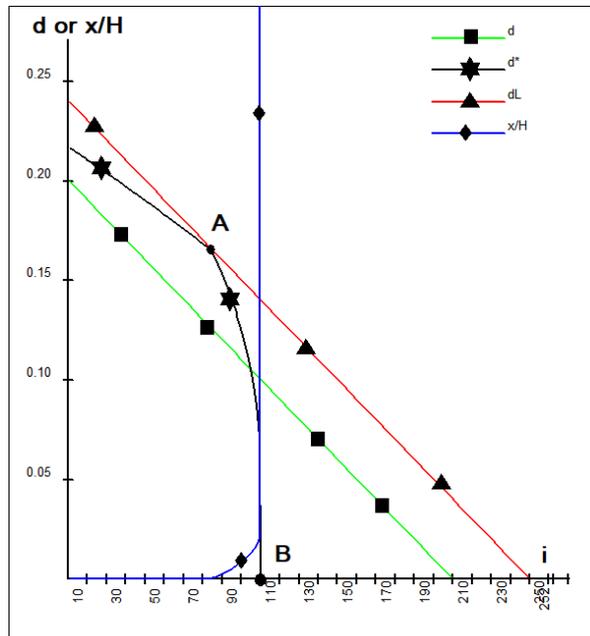
Questi dati sono coerenti con un momento esterno totale applicato pari a 14125 kNm.

La parte dovuta ai (massimi) carichi variabili è  $M_q = 7828$  kNm.

I risultati sono tracciati nella Figura 16. Considerando la peggior distribuzione di danno (curva con la stella, Figura 16), essi sono i seguenti:

- Il numero di unità rotte alla prima fessurazione del calcestruzzo è 73 (punto A).
- Il numero di unità rotte al momento del collasso completo è 99 (punto B).
- Inizialmente, la peggior curva di danno  $d^*$  decresce con il crescere del numero di unità rotte, il che con una curva avente una pendenza relativamente lieve (fino al punto A). Dopo la rottura del calcestruzzo, la sezione si indebolisce, e la pendenza della curva di peggior danno aumenta bruscamente (in valore assoluto, diminuisce in senso algebrico essendo negativa) e con continuità (A-B). La curva della profondità relativa della fessura  $x/H$  è la curva con i rombi. Al punto di collasso, B,  $x=49.14$  mm.
- La perdita complessiva di area della peggior distribuzione di danno è solo pari al 7%.

- Il collasso viene raggiunto quando il carico  $f$  di tutte le unità ancora non corrose raggiunge 1. A quel punto, tutti i trefoli rimanenti si rompono, tutti aventi danno 0 nella peggior distribuzione di danno (asse  $i$ ).



**Figura 16. Esempio 1. La peggior distribuzione di danno  $d^*$  (curva con la stella), la distribuzione reale di danno ipotizzata (curva  $d$  con i quadrati), la distribuzione di danno al collasso (curva  $d_L$  con i triangoli) e l'apertura della fessura  $x/H$  (curva con i rombi).**

Assumendo una (fittizia) distribuzione di danno lineare tale per cui  $d_{max}=0.2$   $i_{lim}=200$  (senza aver applicato alcun fattore di sicurezza), il fattore  $k$  è pari a 1.2. Usando una dipendenza dal tempo quadratica,  $(t_{collapse}-t_1)=1.9$  anni. Il collasso è raggiunto quando la distribuzione di danno limite passa attraverso il punto A. La distribuzione di danno limite (curva con i triangoli) ha una perdita di area complessiva per corrosione pari a  $(0.2 \times 1.2 \times 200 \times 1.2) / (2 \times 254) = 0.113$ , ovvero del 11.3%. Il collasso, che è immediato e fragile, è raggiunto quando la perdita totale di area per corrosione è lievemente superiore al 10%.

## 7.4 Esempio 2

Questo esempio è simile all'esempio 1, ma i carichi variabili sono stati dimezzati, e quindi il momento flettente applicato è 10211 kNm. I valori di  $f_0$  e  $\sigma_{bot0}$  cambiano corrispondentemente (si veda la Tabella 4).

$n$	$A_{s0}$ (mm <sup>2</sup> )	$m$	$\alpha$	$f_0$	$R_0$ (N)	$\sigma_{bot0}$ (MPa)	$d_{max}$	$i_{lim}$	$t_1-t_0$ anni
252	28.27	15	1.3	0.674	48059	-5.94	0.2	200	20

Tabella 4. Dati per l'esempio 2

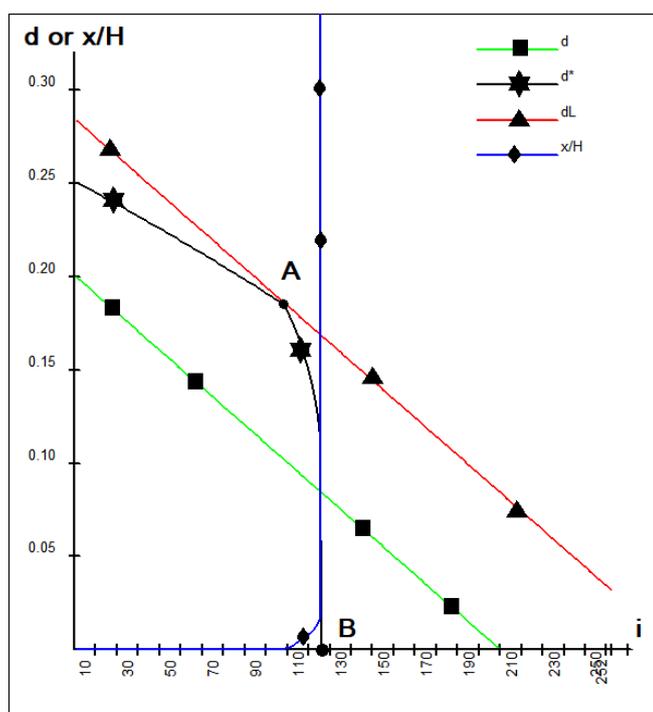


Figura 17. Esempio 2. La peggior distribuzione di danno  $d^*$  (curva con le stelle), la distribuzione di danno ipotizzata  $d$  (curva con i quadrati), la distribuzione di danno al collasso  $d_L$  (curva con i triangoli) e la apertura della fessura  $x/H$  (curva con i rombi).

Sono cambiati i seguenti risultati (si veda anche la Figura 17):

- Il numero di unità rotte alla prima fessurazione del calcestruzzo è ora 97 (punto A).
- Il numero di unità rotte al momento del collasso completo è ora 115 (punto B).
- La apertura della fessura al momento del collasso, punto B, è ora  $x=39.2$  mm.
- La perdita di area totale per corrosione, associata alla peggior distribuzione di danno è ora il 9.7%.
- Il fattore  $k$  è ora 1.44.
- Il tempo che separa dal collasso assumendo una variazione quadratica è ora  $(t_{collapse}-t_1)=3.8$  anni.

I risultati sono tracciati in Figura 17.

## 8 Conclusioni

Il collasso di un insieme di trefoli corrosi, o di fili corrosi, dipende dalla distribuzione del danno tra essi e non dalla perdita complessiva di area per corrosione.

In particolare, in tutti e tre i casi studiati, un insieme isolato di trefoli (Tipo 1), trefoli in un nucleo di calcestruzzo soggetti a trazione (Tipo 2), e trefoli in un nucleo di calcestruzzo soggetto a momento flettente e azione assiale (Tipo 3), il collasso è immediatamente innescato quando la distribuzione di danno tra le unità raggiunge la condizione tale per cui per ogni unità  $i$ , il danno della unità  $d_i$  è maggiore o eguale al danno della distribuzione di danno peggiore-tra-tutte,  $d_i^*$ .

Di conseguenza è completamente privo di basi assumere che la capacità portante di insiemi di trefoli corrosi sia correlata alla loro perdita complessiva di area corrosa. L'uso di questa fallacia si può tradurre in stime di sicurezza molto pericolose.

La distribuzione di danno peggiore-tra-tutte è stata scritta in forma chiusa per i sistemi di Tipo 1 e di Tipo 2, mentre per i sistemi di Tipo 3, è disponibile solo una parte di essa in forma chiusa, ovvero sino alla fessurazione del calcestruzzo. Da lì in poi, la curva deve essere trovata numericamente. Tracciando distribuzioni reali di danno ragionevoli e a favore di sicurezza e mettendole a confronto con la peggiore-tra-tutte, è possibile avere una valutazione ingegneristica della sicurezza.

Ciò è particolarmente utile nella valutazione di strutture esistenti, nelle quali siano presenti unità di acciaio corrose in condizioni di esercizio.

### **Informazioni**

Questo lavoro è il risultato degli studi condotti dal suo autore come consulente per gli stretti congiunti di tre delle quarantatré vittime del collasso del Viadotto sul Polcevera. I risultati relativi ai sistemi di Tipo 1 e di Tipo 2 sono stati descritti nel documento non pubblicato (Rugarli 2020b). I risultati relativi al Tipo 3 sono qui presentati per la prima volta. Il processo è ancora in corso.

L'autore desidera ringraziare l'amico e collega Ing. Giorgio Nieri, esperto nel restauro di ponti ammalorati, per i suoi utili commenti su questo lavoro.

### **Contributi dell'Autore**

L'autore è la sola persona che ha sviluppato i metodi presentati in questo articolo.

### **Finanziamenti**

L'autore non ha ricevuto alcun finanziamento per questo lavoro.

## **Disponibilità dei dati e del materiale**

I dati usati per l'esempio 6.3 sono disponibili nei documenti Rugarli 2020a e Rugarli 2020b. Questi sono parte dei documenti pubblici relativi al processo in corso per il Collasso del Viadotto sul Polcevera: *Procedimento Penale N. 10468-18 R. G. N. R., N.7998-18 R.G. N. R., Tribunale di Genova*

## **Dichiarazioni**

### **Conflitti di interesse**

L'autore non ha conflitti di interesse.

---

**Ricevuto: 26 dicembre 2023. Accettato: 5 Marzo 2024.**

**Pubblicato online: 22 Marzo 2024.**

## **Riferimenti**

Chi-Ho J., Jae-Bin L., Sokanya L., Chang-Su S., 2019, *Equivalent Material Model of Corroded Prestressing Steel Strand*, Journal of Materials Research and Technology, 2019;8(2), 2450-2460

Ebeling R. M. et al, 2016, Corrosion Induced Loss of Capacity of Post Tensioned Seven Wire Strand Cable Used in Multistrand Anchor Systems Installed at Corps Projects, US Army Corps of Engineers, ERDC/ITL TR-16-4

Jeon C.H., Lee J. B., Shim C. S., Tensile Test of Corroded Strand and Maintenance of Corroded Prestressed Concrete Girders, *International Journal of Urban and Civil Engineering*, **11**, 10, pp. 1384-1388, 2017

Jeon C. H., Lee J. B., Lon S., Shim C. S., Equivalent Material Model of Corroded Prestressing Steel Strand, *Journal of Material Research and Technology*, **8**, 2, pp. 2450-2460, 2019

Jeon C. H., Nguyen C. D., Shim C. S., Assessment of Mechanical Properties of Corroded Prestressing Strands, *Applied Science*, **10**, 12, p. 4055, 2020

Lee B. Y., Koh K., Ismail M., Ryu H. S., Kwon S., Corrosion and Strength Behaviours in Prestressed Tendon Under Various Tensile Stress and Impressed Current Conditions, *Advance in Materials Science and Engineering*, 2017

Pillai R., Trejo D., Reinschmidt K., Hueste M. B., 2014, *Predicting Residual Tensile Strength of Seven-Wire Strands Using That of Single Wires Exposed to Chloride Environments*, *Journal Of Materials in Civil Engineering*, August 2014, DOI:10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0000933

Raof M., Kraincanic I., Determination of Wire Recovery Length in Steel Cables and its Practical Applications, *Computer and Structures*, **68**, 5, pp. 445-459, September 1998

Rosati G., Losa M., Valentini R., Tubaro S., 2° Incidente Probatorio-Perizia (Second Recording of Evidence Procedure-Expertise), *Procedimento Penale N. 10468-18 R. G. N. R., N.7998-18 R.G. N. R., Tribunale di Genova*, December, 21, 2020

Rugarli P., Considerazioni sul Crollo, 2° Incidente Probatorio (Considerations On the Collapse. Second Recording of Evidence Procedure), Procedimento Penale N. 10468-18 R. G. N. R., N.7998-18 R.G. N. R., Tribunale di Genova. October, 5, 2020 (2020a)

Rugarli P., Considerazioni sul Crollo-Addendum 1, 2° Incidente Probatorio (Considerations On the Collapse. Addendum 1, Second Recording of Evidence Procedure), Procedimento Penale N. 10468-18 R. G. N. R., N.7998-18 R.G. N. R., Tribunale di Genova. October, 20, 2020 (2020b)

Waisman H., Betti R., Montoya A., Load Transfer and Recovery Length in Parallel Wires of Suspension Bridge Cables, Journal of Engineering Mechanics, **137**, 4, pp. 227-237, April 2011

Woodward R.J., Williams F.W., 1988, Collapse of Ynys-y-Gwas Bridge, Proceedings Of Institution of Civil Engineers, Part1, Vol 84, August 1988a

Woodward R.J., Williams F.W., 1989, Collapse of Ynys-y-Gwas Bridge, Proceedings Of Institution of Civil Engineers Discussion, Vol 86, December 1988b