EURISTICA NELLA SCELTA DELLE COMBINAZIONI DI VERIFICA

HEURISTIC IN LOAD COMBINATIONS CHOICE

Ing. Paolo Rugarli
Castalia srl
staff@castaliaweb.com

ABSTRACT

Load combinations choice is a challenging task to avoid useless computational time. This work presents a couple of possible choices to speed up checks by software programs and hand computations.

SOMMARIO

La scelta delle combinazioni di verifica è un compito impegnativo. Questo lavoro presenta alcune possibili strategie per velocizzare le verifiche automatiche fatte usando programmi software e per fare calcoli a mano.

1 Introduzione

La scelta delle combinazioni di verifica da adottare per garantire adeguati livelli di sicurezza alle strutture oggetto di indagini numeriche è assai poco banale. Fino ad un certo momento storico si conveniva che fosse compito del progettista descrivere un congruo numero di combinazioni atto a inviluppare ogni possibile situazione degna di interesse, e che questo potesse essere fatto mediante la messa a punto di combinazioni anche magari irrealistiche, ma aventi il pregio di dare luogo a risultati numerici più sfavorevoli, e quindi maggiormente a favore di sicurezza, di quelli ottenibili mediante una disamina "realistica" delle possibili situazioni alle quali una struttura può essere soggetta. Il minor numero di combinazioni veniva ad essere "pagato" da livelli di azioni interne maggiori di quelli realisticamente prevedibili sulla struttura.

Le virgolette sull'aggettivo "realistica" sono quanto mai necessarie. I procedimenti numerici che mettiamo in atto non sono valutazioni "realistiche" ma valutazioni convenzionali, rese adeguate da un complicato aggregato di analisi teoriche, serie di eventi positive, e convenzioni largamente accettate ([2], [3]).

La introduzione nel dettato normativo di formule di combinazione di tipo probabilistico già dagli anni '80 non ha mutato, per molti anni, il modo di procedere al quale i progettisti erano abituati, un modo di procedere che veniva ad essere giustificato nell'ambito del metodo alle tensioni ammissibili e che prevedeva che le azioni dovessero essere cumulate "nel modo più sfavorevole" a prescindere dalla probabilità ridotta della contemporanea presenza di più azioni variabili al loro valore massimo. Tale modo di procedere ha ampie giustificazioni analitiche, a patto di convenire sul fatto che sia desirerabile non già enumerare le tantissime situazioni di progetto possibili o probabili, ma bensì enumerarne alcune ontologicamente possibili ed aventi la virtù di inviluppare tutte le altre. La ragione per la quale la introduzione delle formule di combinazione non ha modificato il modo di lavorare dei progettisti è presto detta: pochi hanno adottato il metodo degli stati limite, e pochi hanno realmente adoperato quelle formule, che, uniche nel loro genere, erano anche state scritte con gravi errori solo di recente in parte emendati dal testo delle NTC (ma solo in alcuni capitoli). Ci si intende riferire alla *vexata quaestio* del γ_q a fattor comune che è stato oggetto di un precedente lavoro di chi scrive [1]: tale lavoro ha dimostrato che le formule erano state scritte in modo sbagliato e che tali formule, che riportiamo qui di seguito nella versione corretta per comodità del lettore, conducono in generale, in casi ordinari, a centinaia o migliaia di combinazioni di verifica, nessuna delle quali scartabile *a priori* in un contesto generale complesso quale è normalmente quello con il quale si lavora oggidì.

$$\sum_{i=1}^{ng} \gamma_{gi} G_{ki} + \gamma_{q1} Q_{1k} + \sum_{i=2}^{nq} \gamma_{qi} \psi_{0i} Q_{ik} \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{ng} G_{ik} + \gamma_{Ia} E_a + \sum_{i=1}^{nq} (\gamma_{qi} \psi_{2i} Q_{ik}) \qquad (1\text{ bis})$$

Il lavoro [1] poneva come questione aperta la ricerca di algoritmi *euristici* capaci di ridurre il numero di combinazioni, ovvero di scartarne a priori un numero elevato, senza dover realmente eseguire la verifica completa su tutto l'insieme delle combinazioni ottenute dallo sviluppo formale delle formule di tipo (1). Questa breve memoria è un primo tentativo di mettere a punto considerazioni utili a trattare il problema delle verifiche automatiche in modo da ridurre il numero delle combinazioni di verifica (è ovvio che stiamo parlando di verifiche computerizzate, ma vedremo che si può anche giungere a formule adottabili "a mano").

Le formule di verifica delle quali si sta parlando, le (1), sono obbligatorie. Esse sono presenti in Eurocodice 0 (EN-1990) e in vario modo incombono da circa trent'anni. E' da notare che lo stesso Normatore europeo introduce una drastica semplificazione in un apparentemente innocuo paragrafetto che, se applicato alla lettera, di fatto riduce il problema di molto e con esso il numero delle combinazioni, almeno del caso degli edifici. Viene infatti detto in Eurocodice 0 (EN-1990 Aprile 2006), al paragrafo A.1.2.1. (ovvero in una nota di una appendice, con caratteri ridotti, un luogo si direbbe assai nascosto, e comunque con regola applicabile solo agli edifici):

NOTE 1 Depending on its uses and the form and the location of a building, the combinations of actions may be based on not more than two variable actions.

Questa indicazione è a parere di chi scrive temerariamente ingiustificata. Certo ha come risultato una drastica riduzione del numero delle combinazioni, ma allora forse si poteva ottenere un analogo livello di affidabilità con molta maggior chiarezza e minor complessità formale. E' un po', come anche altrove negli eurocodici, una montagna che partorisce il classico topolino.

2 Il problema

Sia data una struttura soggetta a L casi di carico indipendenti, dei quali g permanenti e q variabili. Sia inoltre c il numero delle combinazioni di verifica. Ogni combinazione è individuata da un vettore **c** in uno spazio ad L dimensioni, le componenti del quale sono i fattori moltiplicativi di ciascun caso di carico base nella combinazione adottata. Se ad esempio (senza pretesa di realismo) ci sono tre casi di carico e due combinazioni del tipo:

Combinazione 1 = 1.4 x (Caso 1) + 1.5 x (Caso 2) + 0 x (Caso 3)
Combinazione 2 = 1.4 x (Caso 1) + 0 x (Caso 2) + 1.5 x (Caso 3)

Potremo scrivere sinteticamente le combinazioni tramite due vettori in tre dimensioni:

$$\mathbf{c}_1=\{1.4, 1.5, 0\}^T.$$

$$\mathbf{c}_2=\{1.4, 0, 1.5\}^T.$$

Supponiamo di avere a che fare con centinaia o migliaia di combinazioni siffatte, e che la dimensione del vettore (il numero dei casi di carico base) non sia 3 ma 10 o 20 e poniamoci il problema seguente: come trovare degli algoritmi a favore di sicurezza che ci consentano di evitare di eseguire la verifica canonica su tutte le combinazioni?

Per prima cosa dobbiamo intendere che le combinazioni di verifica non hanno interesse solo al fine di controllare resistenza, stabilità o deformabilità su singole membrature. Esse hanno interesse anche per quanto riguarda le reazioni vincolari e per quanto riguarda il segno delle azioni interne. L'esistenza di una colonna in trazione, ad esempio, può avere interesse molto grande pur senza dare luogo a coefficienti di sfruttamento elevati.

E' dunque necessario ideare degli "indicatori" il controllo dei quali sia automaticamente inteso come controllo globale sullo stato della struttura. Poiché lo scopo non è eseguire delle verifiche dettagliate (rimandate alla fase successiva di verifica automatica da parte dei programmi) ma solo scartare come ininfluenti certe combinazioni, è possibile impiegare degli indicatori semplificati (in particolare: lineari) per valutare rapidamente lo stato di salute di ciascun elemento preso in considerazione.

Ferma restando la possibilità di introdurre ulteriori indicatori, in questo lavoro viene indagato il seguente, che dà conto delle verifiche di resistenza per tensioni normali:

$$E_r = \left|\frac{N}{N_{pl}}\right| + \left|\frac{M_y}{M_{ypl}}\right| + \left|\frac{M_z}{M_{zpl}}\right| < B$$

dove B è una soglia (per esempio 0.8 o 0.9) al di sopra della quale si ritiene la combinazione interessante e quindi da non scartare.

L'indicatore E_r può essere diviso in tre contributi: un contributo assiale che denominaremo con la lettera n, dato da $|N/N_{pl}|$; un contributo flettente che denomineremo con la lettera m ed il pedice y, che è pari a $|M/M_{ypl}|$; un contributo flettente che denomineremo con la lettera m ed il pedice z, analogo al precedente.

Possiamo quindi scrivere, nella generica combinazione "i":

$$E_{ri} = n_i + m_{yi} + m_{zi}$$

Ciascuno dei tre termini, in una certa combinazione di verifica "i ", può essere interpretato come prodotto scalare tra un opportuno vettore di sfruttamenti di base **n**, $\mathbf{m_y}$, $\mathbf{m_z}$, ed il vettore $\mathbf{c_i}$, proprio della combinazione allo studio:

$$n_i= |\mathbf{n}\cdot\mathbf{c_i}|$$

$$m_{yi}= |\mathbf{m_y}\cdot\mathbf{c_i}|$$

$$m_{zi}= |\mathbf{m_z}\cdot\mathbf{c_i}|$$

Ricordando le proprietà del prodotto scalare potremo scrivere ad esempio per il primo termine, ma in modo analogo anche per i successivi:

$$n_i = |\mathbf{n}\cdot\mathbf{c_i}| < |\mathbf{n}||\mathbf{c_i}| < |\mathbf{n}| \max\{|\mathbf{c_i}|\}$$

dove nella prima disequazione si è ipotizzato a favore di sicurezza che i due vettori **n** e $\mathbf{c}_i$ definiti in uno spazio ad L dimensioni, siano paralleli, mentre nella seconda disequazione si è presa la combinazione che fornisce il massimo modulo, per il vettore $\mathbf{c_i}$. Se definiamo con il simbolo C questo scalare, che può essere calcolato una volta per tutte dato l'insieme di combinazioni da verificare, la disequazione trovata porge:

$$\mathbf{n_i} < C|\mathbf{n}|$$

e quindi tornando alla stima dello sfruttamento finale, potremo scrivere:

$$\max\{E_{ri}\} < C\left(|\mathbf{n}| + |\mathbf{m_y}| + |\mathbf{m_z}|\right)$$

Il numero C può a sua volta essere stimato ingegneristicamente come segue:

$$C \le \sqrt{1{,}4^2 n_g + 1{,}5^2 + 1{,}05^2 (n_q - 1)}$$

avendo immaginato a favore di sicurezza che tutti i carichi variabili possano concomitare e che tutti abbiano ψ_0=0,7. Se solo n_{qnc} carichi variabili possono concomitare, allora la formula precedente diviene:

$$C \le \sqrt{1{,}4^2 n_g + 1{,}5^2 + 1{,}05^2 (n_{qnc} - 1)}$$

Pertanto facendo i conti a mano possiamo stimare ingegneristicamente un *upper bound* per l'indicatore di sforzo in questione come segue:

$$E_r \le \sqrt{1{,}4^2 n_g + 1{,}5^2 + 1{,}05^2 (n_{qnc} - 1)}\left(|\mathbf{n}| + |\mathbf{m_y}| + |\mathbf{m_z}|\right)$$

Un programma di calcolo può invece usare la prima delle disequazioni trovate precedentemente, e che qui di seguito riportiamo, come sistema per valutare un *upper bound* per l'indicatore di sforzo cercato, e quindi scartare la combinazione se questo assume un valore inferiore ad una certa soglia, ad esempio 0.8:

$$E_r < |\mathbf{n}||\mathbf{c_i}| + |\mathbf{m_y}||\mathbf{c_i}| + |\mathbf{m_y}||\mathbf{c_i}| = |\mathbf{c_i}|\ (|\mathbf{n}| + |\mathbf{m_y}| + |\mathbf{m_z}|) < 0.8$$

Il vantaggio computazionale consiste nel fatto che, per ogni combinazione, la norma del vettore $\mathbf{c_i}$, $|\mathbf{c_i}|$, è calcolata una volta per tutte ed è in comune per tutti gli elementi: basta memorizzarla in una locazione di memoria e, per ogni elemento, calcolare il solo ($|\mathbf{n}|+|\mathbf{m_y}|+|\mathbf{m_z}|$), che non dipende dalla combinazione, per poter ottenere rapidamente una sovrastima dell'indicatore di sforzo cercato. Con questo accorgimento i tempi di calcolo scendono drasticamente, in quanto le verifiche dettagliate vengono eseguite per un solo sottoinsieme di combinazioni, non per tutte le combinazioni generate automaticamente dagli algoritmi generali (e dei quali si è parlato in [1]).

Una versione più complicata da implementare dell'algoritmo, e più lenta, ma più precisa, prevede di definire dei gruppi di casi carico costituiti da casi di carico dovuti alla medesima causa fisica e quindi mutuamente esclusivi. Il numero di tali gruppi definisce l'ordine effettivo del problema vettoriale, in generale minore di L. Il gruppo A è ad esempio costituito dai permanenti, il gruppo B dai casi di carico (supposti mutuamente esclusivi) che simulano la neve, il gruppo C dai casi di carico che simulano il vento, e così via (a volte il vento o la neve possono richiedere più gruppi).

Si valuta esattamente un unico prodotto scalare, tra due vettori aventi un numero di componenti pari al numero dei gruppi trovati (ovvero tra due vettori aventi ordine pari all'ordine effettivo del problema). Il primo vettore è costituito dagli sfruttamenti massimi di ciascun gruppo, presi ordinatamente come componenti del vettore; il secondo vettore ha componenti pari a 1,4 per il gruppo dei permanenti, 1,5 per il gruppo avente il massimo sfruttamento, ed 1,05 per tutti gli altri gruppi. Vedremo nel seguito due esempi di applicazione.

A riguardo della scelta delle combinazioni da scartare due sono le strategie possibili:

1. una prima strategia conserva per la struttura le sole combinazioni che hanno dato luogo in qualche elemento al superamento di una data soglia per almeno uno degli indicatori di sforzo;
2. una seconda strategia conserva traccia, per ogni elemento, delle combinazioni che per quell'elemento, danno luogo ai primi k massimi. In sede di verifica ogni elemento sarà verificato per le sole combinazioni "sensibili" e non per tutte le altre.

La completezza del metodo richiede che vengano messi a punto ulteriori indicatori relativi alla parte di verifiche legata alle tensioni tangenziali ed alla parte di verifiche legata alla instablità. Ulteriori elementi di interesse sono legati alle reazioni vincolari ed agli spostamenti differenziali, tutti esaminabili, questi ultimi, con il sistema del prodotto scalare già introdotto. Sono allo studio indicatori per le verifiche di stabilità.

Al momento sono stati fatti esperimenti numerici per il primo approccio, quello che scarta le combinazioni a livello di struttura, con ottimi risultati, ma non ancora per il secondo approccio. Nel paragrafo seguente si forniranno alcuni risultati relativi ad un esempio reale.

3 Esempio

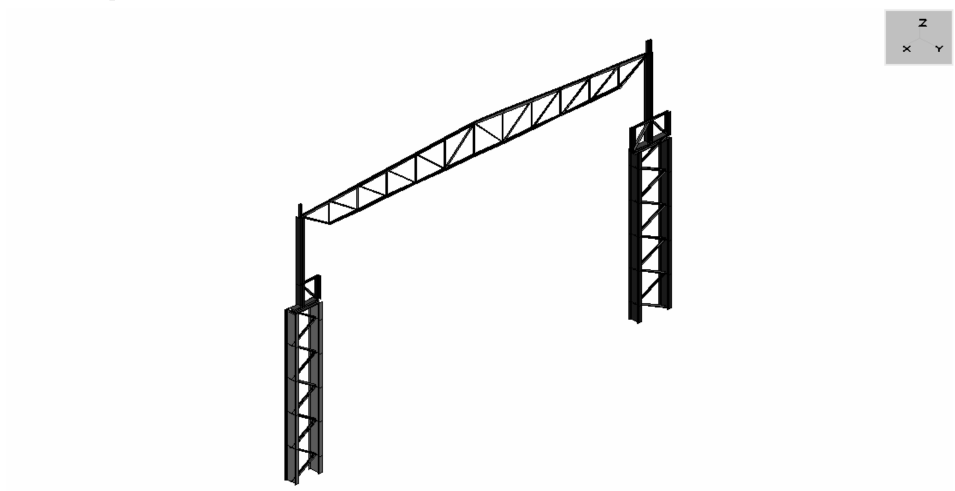

Fig. 1: la struttura esaminata (si ringrazia OCML Spa)

E' data una struttura piana, presa da un semplice caso reale pervenuto per approfondimenti[1], soggetta a 16 condizioni di carico base così raggruppate:

- 1 condizione di carico permenente (caso 1)
- 4 condizioni di carico associate alla neve, vicendevolmente esclusive (casi 2, 3, 4, 5);
- 2 condizioni di carico associate al vento, mutuamente esclusive (casi 6 e 7)
- 4 condizioni di carico relative a un carroponte, mutuamente esclusive (casi 8, 9, 10, 11)
- 4 condizioni di carico relative a un altro carroponte, mutuamente esclusive (casi 12, 13, 14, 15)
- 1 condizione di carico variabile (caso 16)

In queste condizioni, l'algoritmo di generazione automatica delle combinazioni del programma Sargon, del quale è Autore chi scrive, genera 5013 combinazioni, nessuna delle quale ottenibile dalle altre per mezzo di una trasformazione del tipo $\mathbf{c}_i=k\mathbf{c}_j$ essendo k uno

[1] Si ringrazia l'Ing. Clerici della OCML Spa.

scalare e i e j due diverse combinazioni. Ovvero: tutte le combinazioni danno vettori **c** non paralleli tra loro.

Esaminando tutte le combinazioni in modo rigoroso, si vede che il massimo valore dello sfruttamento plastico semplificato sulla struttura si ottiene per l'elemento 16, che raggiunge il massimo sfruttamento plastico linearizzato E_r di 0.9452. Tale elemento è soggetto unicamente ad azione assiale: si tratta di una delle briglie delle colonne reticolari, incernierata al piede.

Vogliamo qui prendere questo elemento, e questo caso, a mò di esempio per meglio illustrare l'algoritmo usato per stimare in modo semplificato E_r.

La seguente tabella fornisce per tutte e 16 le condizioni di carico base, il valore dello sfruttamento plastico semplificato (in pratica dato che non sono applicati momenti, il vettore **n**).

Tabella 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0,051	0,040	0,010	0,011	0,016	0	0	0,083	0,301	0,013	0,049	0,124	0,316	0,020	0,016	0,071

Risulta

$$|\mathbf{n}|=0,4749$$

Nel nostro caso abbiamo:

$$n_g=1$$
$$n_{qnc}=5$$

e quindi possiamo calcolare a mano la seguente sovrastima del coefficiente di sfruttamento:

$$E_r < 0,4749x\sqrt{1,4^2+1,5^2+1,05^2(5-1)} = 0,4749x2,935 = 1,3938$$

Questo valore sovrastima il valore esatto del 40% circa, e quindi è da considerarsi un numero sbagliato, ma è stato ottenuto per mezzo di una operazione semplice, da farsi a mano. Il valore C coincide con quello esatto, rilevabile importando la matrice dei vettori c in un foglio Excel e calcolando

$$\max\{|\mathbf{c_i}|\}$$

La versione migliorata dell'algoritmo avrebbe invece prodotto quanto segue.

Gruppo A 0,051
Gruppo B (neve) 0,040
Gruppo C (vento) 0
Gruppo D (primo carroponte) 0,301
Gruppo E (secondo carroponte) 0,316
Gruppo F 0,071

Si hanno così due vettori a 6 (ordine effettivo) e non 16 (ordine nominale) componenti:

$$\mathbf{n}=\{0.051,0.040,0,0.301,0.316,0.071\}$$
$$\mathbf{c}=\{1.4, 1.05, 1.05, 1.05, 1.5, 1.05\}$$

e finamente

$$|\mathbf{n}|\cdot|\mathbf{c}|=0.978$$

un pò maggiore del numero esatto ma nettamente più vicino ad esso (il numero esatto è 0.9452).

Prendiamo ora un elemento importante, l'elemento che sta sulla parte centrale della briglia della trave reticolare, ed applichiamo gli stessi algoritmi. Questo elemento è soggetto in generale ad azione assiale ed a flessione. Nella seguente tabella si hanno nella seconda riga gli sforzi assiali (in modulo) nella terza e quarta riga gli sforzi flessionali M_y/W_y ed M_z/W_z, tutti in N/mmq, avendo posto eguali a 0 gli sforzi inferiori a 1/100 di N/mmq. Gli sforzi flettenti impegnano l'asse debole poiché la briglia è realizzata con un profilo HEB140 con il piano dell'anima orizzontale.

Tabella 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
26,66	55.47	13.88	17.82	40.20	0	0.107	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.42	7.49	0.78	3.19	7.19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tensioni assiali e flettenti nei 16 casi di carico elementari (elemento 63)

Dalla tabella precedente possiamo ricavare gli sfruttamenti plastici elementari nei vari casi di carico, basta dividere per 275 che è la tensione di snervamento del materiale adottato. Otteniamo:

Tabella 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0.097	0.202	0,050	0.065	0.146	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.012	0.027	0.003	0.012	0.026	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Sfruttamenti plastici elementari

Dalla precedente tabella possiamo ottenere le norme dei vettori $|\mathbf{n}|$, $|\mathbf{m}_y|$, $|\mathbf{m}_z|$.

$$|\mathbf{n}|=0.280$$

$$|\mathbf{m}_y|=0$$

$$|\mathbf{m}_z|=0.041$$

E quindi la desiderata sovrastima del coeffieciente di sfruttamento:

$$Er < (0.280+0+0.041)x2.935 = 0.942$$

Un calcolo esatto fornirebbe il valore 0.477, sensibilmente minore, ma richiederebbe un assai maggior numero di calcoli. Invece, con questo algoritmo semplice, possiamo escludere che i 16 casi di carico base, che danno luogo a 5011 combinazioni, possano portare ad un numero maggiore di uno, e quindi considerare l'elemento verificato.

Il secondo algoritmo, più preciso, fornirebbe per gli sfruttamenti assiale e flettenti massimi di gruppo:

Gruppo A	0.097	0	0.012
Gruppo B	0.202	0	0.027
Gruppo C	0	0	0
Gruppo D	0	0	0
Gruppo E	0	0	0
Gruppo F	0	0	0

Si hanno così vettori a 6 (e non 16) componenti:

$$\mathbf{n}=\{0.097,0.202,0,0,0,0\}$$

$$\mathbf{m}_y=\{0,0,0,0,0,0\}$$

$$\mathbf{m}_z=\{0.012,0.027,0,0,0,0\}$$

$$\mathbf{c}=\{1.4, 1.5, 1.05, 1.05, 1.05, 1.05\}$$

e infine

$$|\mathbf{n}|\cdot|\mathbf{c}|+|\mathbf{m}_y|\cdot|\mathbf{c}|+|\mathbf{m}_z|\cdot|\mathbf{c}|=0.4961 > 0.477 << 1$$

4 Conclusioni

L'esame di un vasto numero di combinazioni di verifica con algoritmi lineari presenta numerosi vantaggi ai fini della valutazione della sicurezza di una struttura e rappresenta un approccio al momento duale rispetto a quello che considera il comportamento nonlineare per un ridotto e ordinato insieme di combinazioni di carico, assunte quale principale riferimento nonostante la loro considerevole convenzionalità.

L'approccio lineare con molte combinazioni può però portare a considerevoli tempi di calcolo nella esecuzione delle verifiche, tempi che si possono drasticamente ridurre mediante l'introduzione di algoritmi semplificati ed euristici, tesi ad inviluppare gli indicatori dello stato di sforzo prima della esecuzione delle verifiche propriamente dette (o dei calcoli nonlineari da eseguirsi sulle combinazioni trovate mediante algoritmi lineari).

In questo lavoro è stato proposto un possibile approccio, molto semplice da implementare, che consente di scartare a priori molte combinazioni e di avere una sovrastima ingegneristica affidabile per l'indicatore di sforzo preso in esame. Ulteriori sviluppi di queste idee sono in corso di introduzione nel programma di calcolo Sargon.

Riferimenti

[1] Rugarli P. "Combinazioni di verifica: il non detto delle normative", *Ingegneria Sismica*, 2, 2004

[2] De Finetti B. "L'invenzione della verità", Cortina, 2006

[3] Rugarli P. "Analisi modale ragionata", EPC LIBRI, Roma, 2005