

**FORMULE SEMPLIFICATE PER LA ESECUZIONE DELLE
VERIFICHE A PRESSOFLESSIONE IN ACCORDO AD EN1993:1-1
(EUROCODICE 3), METODO 2**

**SIMPLIFIED FORMULAE FOR STABILITY CHECKS OF BEAM-
COLUMNS ACCORDING TO METHOD 2 OF EN 1993-1-1
(EUROCODE 3)**

Paolo Rugarli
Castalia srl
Milano, Italia
staff@castaliaweb.com

ABSTRACT

EN 1993 -1-1 has introduced new formats for beam column stability checks, which also have recently been adopted by Italian standards. This work presents some possible ways to rewrite the formulae in order to get a simpler understanding and application of the “method 2” of Eurocode 3. Moreover, some simpler but safe formulae are proposed in the context of Italian application of the EN standard, to get faster beam-column checks in by hand computations.

SOMMARIO

Vengono presentati alcuni utili esempi di riscrittura delle formule di verifica a presso flessione in accordo al Metodo 2 previsto dall’Eurocodice 3. Scritte in un altro modo le formule si presentano molto più facili da comprendere e da ricordare a memoria. Si dà inoltre evidenza di alcune possibili formule a favore di sicurezza che, in molti casi, possono rapidamente portare a verificare a presso flessione una membratura.

1 FORMULE DI VERIFICA A PRESSO FLESSIONE IN EN1993-1-1 ED NTC2008

La EN1993-1-1 (Eurocodice 3 o brevemente EC3, [1]) ha introdotto significativi cambiamenti nel format delle formule di verifica a presso flessione. Questi cambiamenti sono il frutto del lavoro di due team di ricercatori, il primo di area franco-belga, il secondo di area austro-tedesca. Questi due team hanno condotto una estesa e molto seria campagna di test, sperimentali e numerici, pervenendo a due distinti metodi per la verifica delle membrature presso-inflesse: il Metodo 1 (franco belga) ed il Metodo 2 (austro tedesco). I due metodi si applicano a membrature di classe 1, 2, 3 o 4 mediante opportune modifiche ai coefficienti che figurano nelle formule, mentre entrambi utilizzano una formato generale per la scrittura delle formule che è il seguente:

$$\frac{N}{\chi_y N_{Rk}} + k_{yy} \frac{M_y + \Delta M_y}{\chi_{LT} M_{y,Rk}} + k_{yz} \frac{M_z + \Delta M_z}{M_{z,Rk}} < 1 \quad (1.a)$$

$$\frac{N}{\chi_z N_{Rk}} + k_{zy} \frac{M_y + \Delta M_y}{\chi_{LT} M_{y,Rk}} + k_{zz} \frac{M_z + \Delta M_z}{M_{z,Rk}} < 1 \quad (1.b)$$

Si noti che le due formule appena scritte *non* portano a secondo membro il termine $(1/\gamma_{M1})$ a tutto svantaggio della chiarezza di lettura ed applicazione delle formule stesse. Questa scrittura, presente in EC3, porta ai seguenti svantaggi:

- la complessità formale è eccessiva senza che produca alcun vantaggio;
- si devono fare un maggior numero di operazioni per applicare le formule (ben sei divisioni in più!);
- si ha una minor chiarezza;
- differenze nel calcolo del primo membro da Paese a Paese potrebbero non esserci per essere confinate appunto nel secondo membro, il quale dà la misura della sicurezza richiesta (ad esempio in Italia $1/1,05 = 0,95$).

Non è questa la sede per discutere delle due formule (si veda a un primo livello di approfondimento [3] ed a un maggior livello di approfondimento [4]), qui ci si limita ad alcune brevi osservazioni:

- le formule introducono significativi cambiamenti rispetto alla tradizione di calcolo delle CNR 10011 perché sono due e non una e perché mutano in funzione della classe della membratura;
- la complessità di applicazione delle formule e la differenza tra il metodo 1 ed il metodo 2 sono insite nel calcolo dei coefficienti k_{ij} .
- i termini aggiuntivi (Δ) spariscono per membrature di classe 1, 2 o 3, mentre restano in certi casi per le membrature in classe 4, quando v'è differenza tra il baricentro della sezione lorda e quello della sezione efficace in compressione semplice;
- i denominatori dei termini frazionari, tutti con pedice "Rk", dipendono dalla classe della membratura: sono grandezze plastiche per le classi 1 e 2, elastiche per la classe 3 ed efficaci per la classe 4.

2. PROBLEMI POSTI DAI METODI 1 E 2

Dei due metodi il più di facile applicazione, quello maggiormente ingegneristico, è il metodo 2 (austro tedesco). Il metodo 1 presenta obiettive difficoltà di applicazione per un calcolo a mano, anche se l'uso può essere automatizzato mediante istruzioni per il calcolatore, rendendone immediata la applicazione.

Anche il metodo 2 si presenta di non immediata applicazione e di non immediato apprendimento, per il rigoglioso fiorire di casi e sottocasi (legati alla differenti classi delle membrature ed alla presenza o meno dello svergolamento), e per il modo francamente discutibile con cui è stata scritta la formula (vedi anche [4]).

Su questo aspetto chi scrive ([3]) ritiene che una diversa scrittura delle formule, la introduzione di pochi altri nuovi simboli e il portare sistematicamente a secondo membro il termine $(1/\gamma_{M1})$ potrebbero semplificare di molto la norma, a tutto vantaggio di una sua più corretta applicazione.

Una plateale conferma della complessità delle formule e della loro ostica fruibilità soprattutto in contesti non specialistici, è venuta dal pasticcio commesso qui in Italia dagli estensori della NTC 2008 ([2]), i quali hanno omesso di introdurre nel testo della norma alcuna formula di presso flessione, relegandone la citazione alla Circolare ([5]) peraltro ancora in modo discutibile. Le NTC2008, dunque, non introducono alcuna formula di presso flessione per la verifica di membrature in acciaio rimandando ai soliti metodi di “comprovata affidabilità”. Il Normatore italiano ha dunque vistosamente mancato ai suoi compiti di mediatore tra il format degli Eurocodici e le necessità non sempre altamente specializzate della comunità tecnica italiana, semplicemente scartando il problema. Questa sola circostanza basta a rendere di fatto le NTC non auto consistenti e di per sé insufficienti a progettare strutture in acciaio.

La circolare a spiegazione delle NTC ([5]) ha creduto di porre rimedio circa un anno dopo, copiando il Metodo 2 senza alcun commento, e introducendo un nuovo ibrido, ovvero una inedita formula di presso flessione secondo il format delle CNR ma estesa ai profili di classe 1 e 2 mediante la possibilità di usare i moduli di resistenza plastici al posto di quelli elastici che figuravano nelle CNR. Più in generale la Circolare è stata l’occasione con cui pagine e pagine espunte dall’EC3 sono state trasferite senza commento e senza la necessaria cornice di premesse logicamente necessarie solo al fine di riempire un vistoso vuoto.

3. RISCrittura FORMALE DEL METODO 2

Per poter riscrivere il Metodo 2 in modo decisamente più semplice introduciamo una prima opportuna convenzione (vedi anche [4]): usiamo le lettere maiuscole per le azioni interne (N, V, M) e le lettere minuscole per gli sfruttamenti elementari, numeri puri ottenuti facendo il rapporto tra le azioni interne ed il corrispondente valore limite (funzione della classe della membratura): n, v, m.

Possiamo quindi scrivere le due formule precedenti così:

$$n_y + \frac{k_{yy}}{\chi_{LT}} (m_y + \Delta m_y) + k_{yz} (m_z + \Delta m_z) < \frac{1}{\gamma_{M1}} \quad (2.a)$$

$$n_z + \frac{k_{zy}}{\chi_{LT}} (m_y + \Delta m_y) + k_{zz} (m_z + \Delta m_z) < \frac{1}{\gamma_{M1}} \quad (2.b)$$

Dove:

$$n = \frac{N}{A f_y} \quad \text{per le classi 1, 2, e 3}$$

$$n = \frac{N}{A_{eff} f_y} \quad \text{per la classe 4}$$

e dove sia per l’asse y che per l’asse z, utilizzando i pedici opportuni su m, M e W:

$$m = \frac{M}{W_{pl} f_y} \quad \text{per le classi 1 e 2}$$

$$m = \frac{M}{W_{el} f_y} \quad \text{per la classe 3}$$

$$m = \frac{M}{W_{eff} f_y} \quad \text{per la classe 4}$$

e i Δm si ottengono dai ΔM dividendo per W_{effy} .

In quanto precede abbiamo convenuto che gli sfruttamenti elementari si ottengono dividendo le azioni interne per i limiti coerenti con la classe della membratura. Resta da spiegare perché “n” abbia il pedice “y” o “z”. In effetti se “n” è uno sfruttamento per resistenza, “n_y” ed “n_z” sono sfruttamenti per stabilità:

$$n_y = \frac{n}{\chi_y}$$

$$n_z = \frac{n}{\chi_z}$$

Difetto delle formule 1 è che vogliono dire tutto in due righe ma non ci riescono, perché, ad esempio, non introducono pedici per far capire che i k_{ij} cambiano a seconda della classe, come i denominatori delle frazioni.

Inoltre non si è voluto tenere conto che le progettazioni in classe 1 e 2 ed in classe 4 sono di certo meno frequenti, oggi, della progettazione in classe 3, la quale può essere adottata anche per profili in classe 1 e 2. A volte non serve avere tutta la precisione ed i margini che può dare l’uso della classe 1 o 2. Quanto alla progettazione in classe 4, è argomento specialistico non certo frequente come gli altri, a causa della obbiettiva difficoltà di calcolo delle grandezze efficaci, per sezioni non doppiamente simmetriche e a causa del fatto che l’uso di sezioni in classe 4 è di fatto inibito in zona sismica.

E’ da notare che le quantità “n” ed “m” devono essere comunque calcolate ed hanno un significato fisico immediato, quindi calcolarle è utile: tra l’altro se venissero maggiori di 1 il calcolo si potrebbe arrestare con un esito di verifica insoddisfatta. I coefficienti di sfruttamento introdotti, inoltre, non dipendono da γ_{M1} , a tutto vantaggio della rapidità di calcolo: infatti sarebbe poco intelligente fare molte volte una operazione di divisione che si può fare una volta e poi mai più scoprendo che dà come risultato, in Italia:

$$(\cdot) < 1 / 1,05 = 0,95238095238095238095238095238095 \approx 0,95$$

mentre in Europa, più fortunatamente

$$(\cdot) < 1 / 1,00 = 1,0$$

Gli stessi simboli che usano lettere minuscole, appena introdotti, si potrebbero molto convenientemente utilizzare anche in tutte le altre parti di EC3, con gran vantaggio.

Le formule (2) sono decisamente più chiare delle (1) ma non hanno ancora una chiarezza sufficiente. Per ottenere una maggiore chiarezza dividiamo il problema in tre: classe 1 e 2, classe 3, classe 4. Delle tre formule, quella per la classe 3 è di gran lunga la più importante nel lavoro di tutti i giorni, e quindi ci riferiremo a questa. In altro contesto ([3]) si è esteso il ragionamento anche alle membrature in classi 1 e 2, pervenendo ad analoghe semplificazioni.

4. VERIFICHE A PRESSO FLESSIONE PER LE MEMBRATURE IN CLASSE 3

4.1 Senza svergolamento

Possiamo scrivere le formule (2) come segue:

$$n_y + A_y C_{my} m_y + A_z C_{mz} m_z \leq \frac{1}{\gamma_{M1}} \quad (3.a)$$

$$n_z + 0,8 A_y C_{my} m_y + A_z C_{mz} m_z \leq \frac{1}{\gamma_{M1}} \quad (3.b)$$

avendo introdotto due nuovi termini dotati di indice, y o z, il termine C_m ed il termine A. Questi termini esemplificano i termini k_{ij} , sostituendoli, e consentono di evidenziare due distinti fattori, che concorrono a modificare il valore degli sfruttamenti flessionali per resistenza: un fattore (C_m) legato al fatto che il momento (M_y o M_z) non è costante lungo la membratura, ed un fattore (A, amplificazione) legato al fatto che la presenza di un'azione assiale di compressione amplifica gli effetti flessionali in funzione delle snellezze nei due piani xy e xz.

Il termine C_m è compreso tra 0,4 ed 1 ed è al massimo pari ad 1. Il suo corretto valore si può evincere dalla tabella di EC3, che lo dà in forma chiusa (tabella B3 di EC3) nella ipotesi di momento lineare e nella ipotesi di momento non lineare.

Nel caso lineare il suo valore coincide con l'analogo termine delle CNR 10011, a sua volta coincidente con la formula di Austin: $C_m = 0,6 + 0,4\psi$, dove ψ è il rapporto, compreso tra -1 ed 1, del minimo momento agli estremi con il massimo momento agli estremi. Tale rapporto è positivo se agli estremi i momenti hanno lo stesso segno (diagramma a trapezio), negativo se hanno segni opposti (diagramma a farfalla). Per momento costante vale ovviamente 1.

Nel caso nonlineare esso vale 0,95 per distribuzioni paraboliche con valori nulli agli estremi (cerniera carrello), 0,9 nel caso di carico uniformemente distribuito e incastri agli estremi, ecc.

Il termine A con pedice y o z può essere scritto nel seguente modo, sostituendo al posto di "i" "y" o "z", a seconda di cosa serva:

$$A_i = 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_i \cdot n_i \cdot \gamma_{M1} \quad (4)$$

dove $\bar{\lambda}_i$ è la snellezza adimensionale per sbandamento attorno all'asse "i", con un valore massimo pari a 1, ovvero se tale snellezza supera 1 si deve comunque porre $\bar{\lambda}_i = 1$.

Il coefficiente amplificativo A_i dipende linearmente dalla snellezza adimensionale $\bar{\lambda}_i$ e dallo sfruttamento per instabilità in compressione secondo l'asse di interesse, n_i .

Le formule (3) e la (4) possono facilmente essere imparate a memoria e costituiscono una riscrittura semplice ma assai utile nella progettazione di tutti i giorni. Se le si paragona alle (1) si vede che, pur dicendo la stessa cosa, vi è un abisso di differenza in termini di comprensibilità. Ciò non testimonia molto a favore di chi ha optato per il formato (1) in EC3 e per chi lo ha ripetuto quasi identico nella circolare italiana a spiegazione delle NTC, chiamandolo "Metodo B" ([5]).

Dato che in Italia $\gamma_{M1}=1,05$ e dato che perché la verifica abbia senso n_i non può mai superare 1, si vede facilmente che A ha un limite superiore pari a 1,63. Se ammettiamo che n_i non superi 0,9 (cosa altamente probabile) si arriva facilmente alle seguenti due formule semplificate ed a favore di sicurezza che, insieme con le (3) e la (4) possono facilmente essere imparate a memoria:

$$n_y + \frac{\pi}{2}(m_y + m_z) \leq 0,95 \quad (5.1)$$

$$n_z + \frac{\pi}{2}(0,8m_y + m_z) \leq 0,95 \quad (5.2)$$

Queste formule dicono che, nella verifica a presso-flessione, agli sfruttamenti elementari in compressione per instabilità nei due piani vanno sommati contributi legati allo sfruttamento flessionale amplificati al più di un fattore $\pi/2$. Si tratta di un risultato molto importante per la sua semplicità.

4.2 Con svergolamento

In questo caso possiamo scrivere le due formule seguenti, che differiscono dalle precedenti (3) per la comparsa del termine C_{mLT} , e del termine χ_{LT} , sempre associati alla flessione secondo l'asse y:

$$n_y + A_y C_{m_y} \frac{m_y}{\chi_{LT}} + A_z C_{m_z} m_z \leq \frac{1}{\gamma_{M1}} \quad (6.a)$$

$$n_z + \left[\frac{(12C_{mLT} - 2 - A_z)}{(12C_{mLT} - 3)} \right] \frac{m_y}{\chi_{LT}} + A_z C_{m_z} m_z \leq \frac{1}{\gamma_{M1}} \quad (6.b)$$

Il confronto tra le formule (3) e le formule (6) mostra che vengono coinvolti dalle differenze sempre e solo i termini associati a m_y . Nel termine della prima formula compare a denominatore χ_{LT} . Nel termine della seconda formula, oltre a comparire χ_{LT} a denominatore, il termine $0,8A_y C_{m_y}$ viene sostituito dal termine

$$\frac{12C_{mLT} - 2 - A_z}{12C_{mLT} - 3}$$

che può essere ricordato abbastanza facilmente per la sua stessa struttura. Anche questo termine ha delle limitazioni, si può infatti dimostrare che deve essere compreso tra 0,65 ed 1. Se, a favore di sicurezza, lo si pone eguale ad 1 si ottiene il seguente formato di verifica semplificata, da adottarsi se non si ritiene di essere troppo vicini al limite:

$$n_y + \frac{\pi}{2} \frac{m_y}{\chi_{LT}} + \frac{\pi}{2} m_z \leq 0,95 \quad (7.1)$$

$$n_z + \frac{m_y}{\chi_{LT}} + \frac{\pi}{2} m_z \leq 0,95 \quad (7.2)$$

5. CONCLUSIONI

Si è visto come riscrivendo opportunamente le formule di verifica a presso flessione del Metodo 2 di EN 1993-1-1 (EC3), ed NTC 2008, si possa pervenire, almeno nel caso delle verifiche per sezioni in classe 3, a formule molto facili da apprendere e da imparare a memoria. Si propone pertanto l'uso di questa scrittura e di queste formule per ottenere tutti i vantaggi connessi alle semplificazioni che si è dimostrato di poter avere.

6. BIBLIOGRAFIA

- [1] EN 1993-1-1 Progettazione delle Strutture in Acciaio. Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici
- [2] D.M. 14 gennaio 2008 Norme Tecniche per le Costruzioni
- [3] Rugarli P., Calcolo di strutture in acciaio, *EPC Libri*, 2008
- [4] Boissonade N., Greiner R., Jaspart J.P., Lindner J., Rules for Member Stability in EN 1993-1-1 – Background documentation and design guidelines, *ECCS TC8, N°119*, 2006
- [5] Circolare 2 febbraio 2009, n° 617 C.S.LL.PP., Istruzioni per l'applicazione delle Norme Tecniche per le Costruzioni di cui al D.M. 14 gennaio 2008.