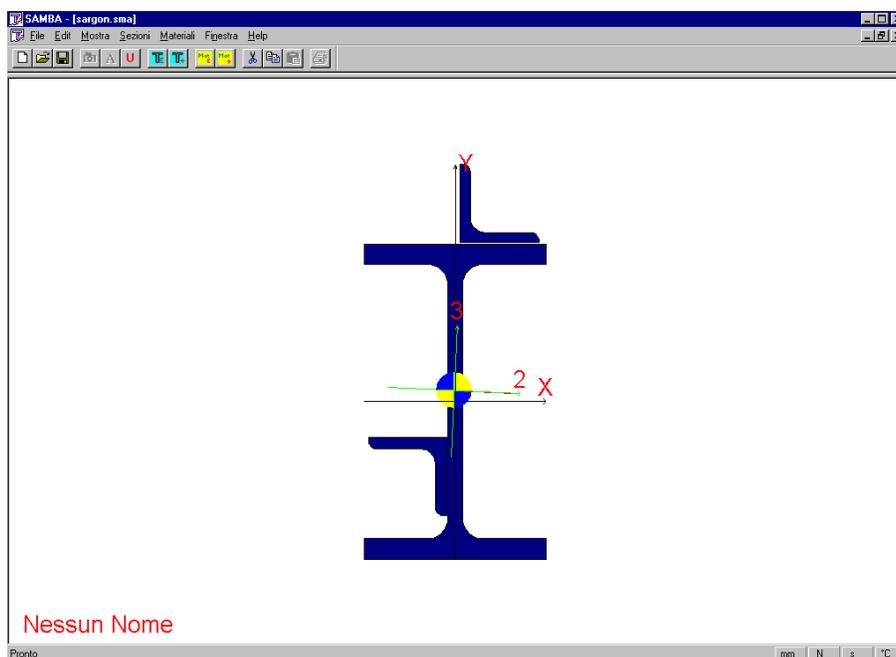


Shape And Material Brisk Archive

Informazioni



Castalia s.r.l.
E-mail staff@castaliaweb.com
Via Pinturicchio, 24
tel. +39-2-26681083
fax +39-2-26681876
20133 Milano (Italy)

Rev. 8.0 del 26-9-2008

Shape And Material Brisk Archive (S.A.M.B.A.) è un programma espressamente realizzato da Castalia s.r.l. sulla base delle esigenze dei progettisti di strutture e delle ditte produttrici di profilati, in un ambito d'impiego completamente internazionale.

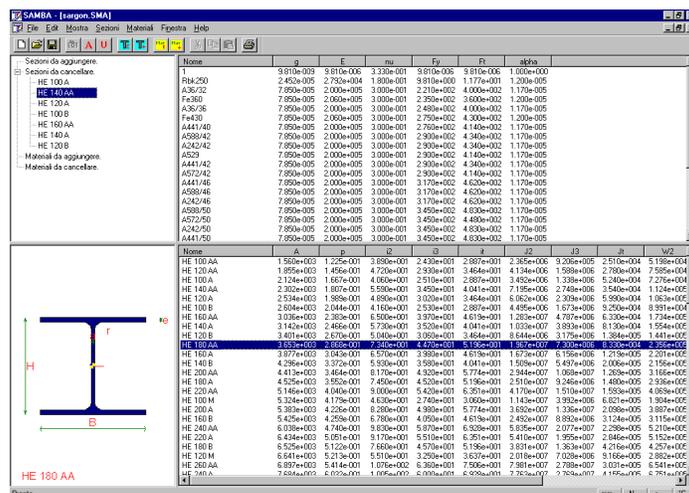


Fig. 1: L'interfaccia di SAMBA

SAMBA può essere visto come un programma espressamente orientato alle sezioni ed ai materiali. Esso consente di trattare migliaia di sezioni e materiali diversi in un unico ambiente, espressamente concepito per questo scopo. SAMBA si propone come strumento di riferimento per la trattazione delle sezioni così come Eudora™ è il programma di riferimento per la posta elettronica, e Paint™ per la creazione di bitmap. Lo sforzo di generalizzazione compiuto per ottenere questo scopo è stato considerevole (SAMBA contiene anche algoritmi nonlineari per il calcolo dei limiti plastici di sezioni composte generiche).

SAMBA consente di creare e gestire sottoarchivi, così come riunioni di archivi diversi. Gestisce le operazioni di copia e incolla (*cut and paste*) su profili e materiali nonché tutte le operazioni di *drag and drop* da una finestra ad un'altra finestra, facilitando le operazioni di trasferimento da un archivio ad un altro archivio.

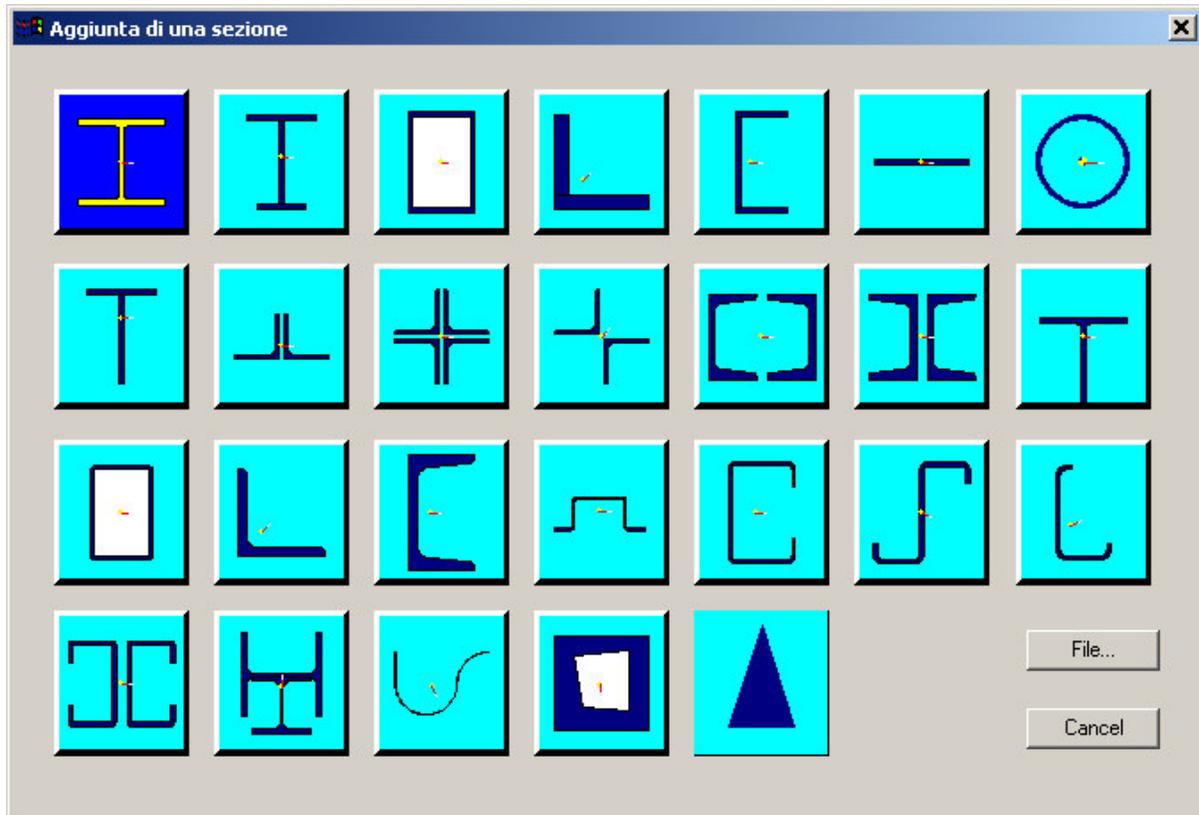


Fig. 2: La finestra per l'aggiunta delle sezioni

SAMBA consente di aggiungere nuove sezioni e nuovi materiali all'archivio, valutandone automaticamente tutte le caratteristiche. Le sezioni possono essere aggiunte in modo guidato oppure possono essere lette da un file, nelle unità di misura preferite. In tal modo è possibile accrescere il database anche di centinaia di profili per volta.

SAMBA consente di scegliere tra le migliaia di sezioni di un archivio quelle che soddisfano certi criteri di progetto (ivi incluso il contenimento della freccia o il soddisfacimento delle curve di instabilità), facendo scegliere rapidamente la sezione più adatta ad un certo scopo. Le travi possono essere di acciaio, calcestruzzo, legno o qualsiasi altro materiale elastico lineare.

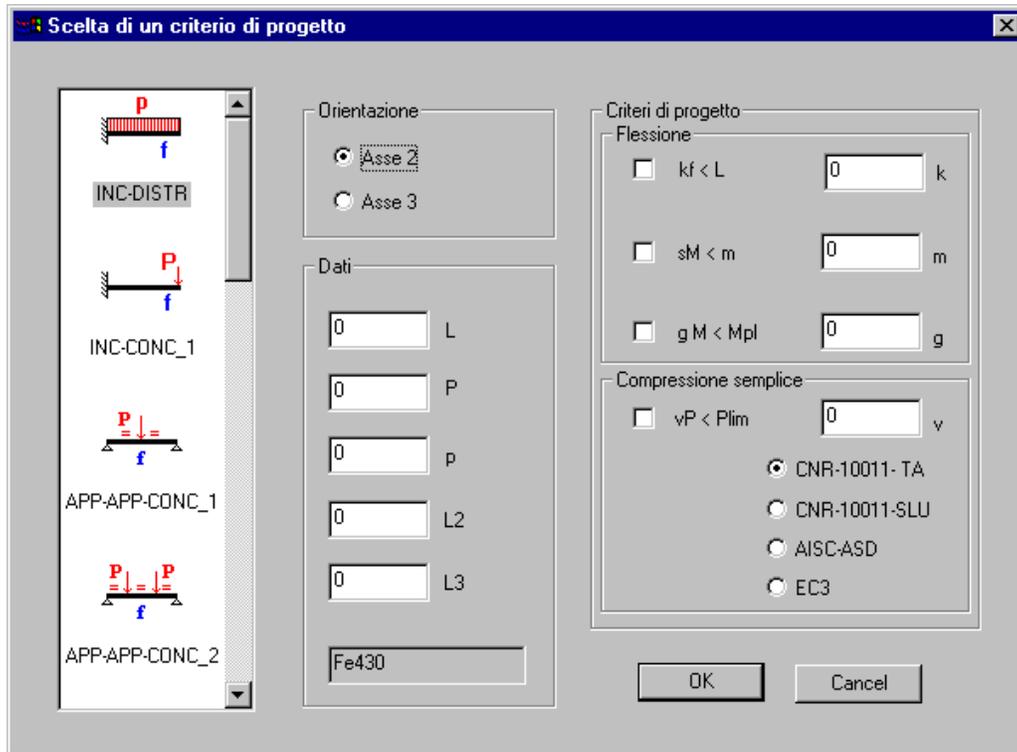


Fig. 3: La finestra con i criteri di progetto

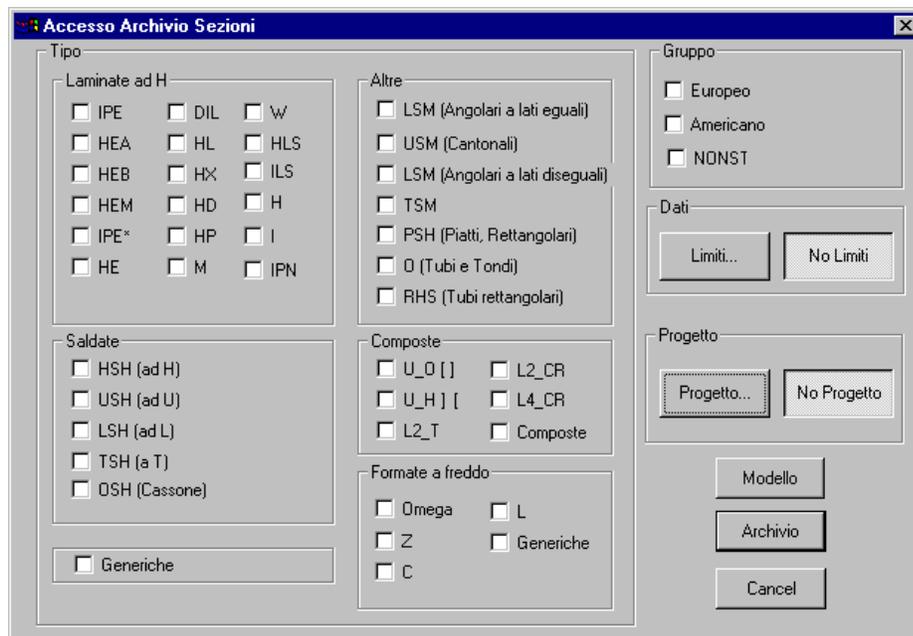


Fig. 4: Filtri sul tipo e accesso ai filtri sui limiti ed ai filtri di progetto

Per esempio, se si deve progettare una trave appoggio appoggio in acciaio, soggetta a tre carichi concentrati ai quarti della luce, e si vuole un profilo HE che dia una freccia inferiore ad 1/500 della luce, ed una tensione inferiore a 1600 Kg/cm², SAMBA svolge il compito da solo. Dapprima si sceglie lo schema strutturale al quale si è interessati, poi si dà la luce della trave da progettare ed il carico, infine si specifica 500 per il rapporto luce/freccia e 1600 per la tensione di flessione. SAMBA trova poi da solo tutte e sole le sezioni del tipo richiesto soddisfacenti le condizioni di filtro. La trave poteva essere rettangolare in legno, il principio sarebbe stato lo stesso.

Se si vuole progettare una colonna di 4 metri di altezza soggetta a 400 t di azione assiale, e si vuole trovare il profilo HE (o il tubo, o entrambi) che sopporta questo carico nel rispetto delle norme EC3, SAMBA trova i profili possibili in modo automatico. SAMBA implementa le formule per il calcolo a stabilità previste da tre normative: EC3 (Eurocodice 3), CNR-10011 (norme italiane sull'acciaio), AISC-ASD (norme americane dell'American Institute for Steel Construction).

Esaminiamo in dettaglio la finestra della figura 3.

Per prima cosa si sceglie lo schema strutturale appropriato per la trave o la colonna che si intende progettare. Gli schemi disponibili sono chiaramente evidenziati scorrendo il controllo di sinistra. La scelta di uno schema si fa selezionandolo (facendovi clic sopra). Tra gli schemi disponibili vi è anche la trave con molle agli estremi e distribuzione di momento tale per cui il momento in campata è pari a $pL^2/10$, mentre il momento agli appoggi è pari a $pL^2/40$. Questa distribuzione intermedia tra appoggio e incastro può servire a sposare il caso dei telai, ove il nodo

è elasticamente vincolato al resto della struttura (naturalmente la distribuzione «esatta» di momento dipende dal reale valore della costante della molla: la distribuzione qui proposta è una media spesso usata nella pratica tecnica).

Ciò fatto si completano i dati relativi alla lunghezza (**L** oppure **L2** ed **L3**) ed al carico. Se lo schema strutturale prevede un carico distribuito occorre specificare il carico **p**, se lo schema strutturale prevede uno o più carichi concentrati o un carico assiale occorre specificare il carico **P**. Sia la luce che i carichi **p** e **P** vengono interpretati sulla base delle unità di misura attive. Il carico **P** è una forza, il carico **p** è una forza per unità di lunghezza.

Per lo schema relativo alla compressione occorre fornire non già **L**, bensì **L2** ed **L3**, ovvero le due lunghezze di libera inflessione relative agli assi principali 2 e 3. Se lo schema scelto è quello relativo alla compressione la lunghezza **L** viene ignorata. Se invece lo schema è uno qualsiasi degli altri vengono ignorate **L2** ed **L3**. Nell'uso con SAMBA il materiale selezionato è quello selezionato nel riquadro dei materiali estratti.

Il nome del materiale correntemente selezionato appare nella casella al di sotto dei dati relativi alla luce ed ai carichi. Se tale casella appare vuota nessun materiale è correntemente selezionato.

Colonne

Se lo schema strutturale è quello di una colonna si deve scegliere il criterio relativo al carico di punta $vP < Plim$, specificando la norma usata per valutare la curva di stabilità ed il coefficiente di sicurezza v ($v=1.2$ indica un coefficiente di sicurezza pari a 1.2). Se si sceglie una colonna tutti gli altri criteri devono essere inattivati.

Il valore di $Plim$ (carico limite) viene calcolato impiegando le curve di stabilità previste da ciascuna normativa.

Le norme disponibili sono le CNR10011-88 alle tensioni ammissibili (TA) o agli stati limite ultimi (SLU); le norme AISC-89 alle tensioni ammissibili (ASD); l'eurocodice 3.

Nel calcolo si fa uso delle formule previste da ciascuna normativa, in modo da verificare il soddisfacimento del criterio di progetto. Nell'esame della situazione a stabilità viene sempre presa in considerazione la snellezza massima, calcolata grazie alle lunghezze di libera inflessione fornite, a prescindere dall'asse (2 o 3) specificato.

Travi

Se lo schema strutturale è quello di una trave (variamente vincolata e caricata), allora si possono specificare i seguenti criteri di progetto:

$$kf < L$$

La freccia deve essere minore di L/k , ove k è un numero di progetto stabilito dall'utente. Il valore della freccia preso in considerazione è sempre il valore della freccia massima, coerentemente con lo schema (di carico e di vincolo) prescelto. Il modulo elastico è quello del materiale selezionato. Il momento di inerzia usato è quello dell'asse specificato (2 o 3).

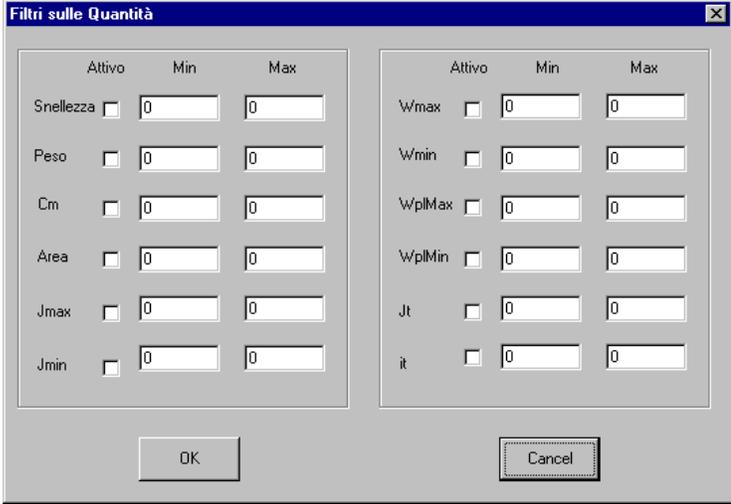
$$sM < m$$

La tensione normale massima dovuta alla flessione (sM) deve essere inferiore al valore limite, specificato dall'utente, m . La tensione normale viene valutata sulla base della teoria di De Saint Venant immaginando la flessione retta, attorno all'asse specificato (asse 2 -forte- o asse 3). Il momento è quello massimo sulla trave, anche se continua.

$$gM < M_{pl}$$

Il massimo momento letto sulla trave moltiplicato per il coefficiente di sicurezza g deve essere inferiore al momento limite plastico, valutato usando la tensione di snervamento f_y del materiale selezionato, ed il modulo di resistenza plastico dell'asse specificato (2 o 3).

Se lo schema scelto è quello di una trave i criteri di progetto relativi alle colonne devono essere inattivati.



	Attivo	Min	Max
Snellezza	<input type="checkbox"/>	0	0
Peso	<input type="checkbox"/>	0	0
Cm	<input type="checkbox"/>	0	0
Area	<input type="checkbox"/>	0	0
Jmax	<input type="checkbox"/>	0	0
Jmin	<input type="checkbox"/>	0	0

	Attivo	Min	Max
Wmax	<input type="checkbox"/>	0	0
Wmin	<input type="checkbox"/>	0	0
WplMax	<input type="checkbox"/>	0	0
WplMin	<input type="checkbox"/>	0	0
Jt	<input type="checkbox"/>	0	0
it	<input type="checkbox"/>	0	0

Fig. 5: Filtri sulle quantità

In pratica, oltre ai criteri di progetto qui elencati, è possibile specificare una serie di filtri (sul tipo, sulla nazionalità, sui valori di area, W e J , vedasi figg. 4 e 5) e SAMBA cercherà tra i profili dell'archivio quelli che soddisfano *tutti* i filtri specificati.





Fig. 6: La scelta delle unità di misura si può fare quando si vuole

Nato per essere internazionale Samba mette a disposizione di chi lo utilizza tutte le conversioni di unità di misura necessarie, con pochi “click” del mouse. Si possono convertire dati dalle unità anglosassoni alle metriche e viceversa (fig. 6). Si immagini ad esempio di dover fare un progetto all’Estero dovendo usare profili indonesiani. SAMBA vi consente di descrivere le sezioni usando i pollici, importandole nell’archivio. In seguito, per scegliere un profilo adatto ad una trave, potrete stabilire dei criteri di progetto usando le unità che vi sono più comode. SAMBA eseguirà automaticamente tutto il lavoro di conversione.



SAMBA consente inoltre di studiare quali siano le migliori dimensioni di una nuova sezione perchè dà informazioni in tempo reale sulla variazione di tutti i principali parametri di progetto (momenti di inerzia, moduli di resistenza, pesi, ecc.) in funzione delle dimensioni. Fornite delle quote di tentativo basta premere il tasto "Aggiorna" perchè il disegno e tutti i dati di calcolo vengano aggiornati di conseguenza. Questa caratteristica si applica a tutti i possibili tipi di sezione che si possono aggiungere (fig. 7).

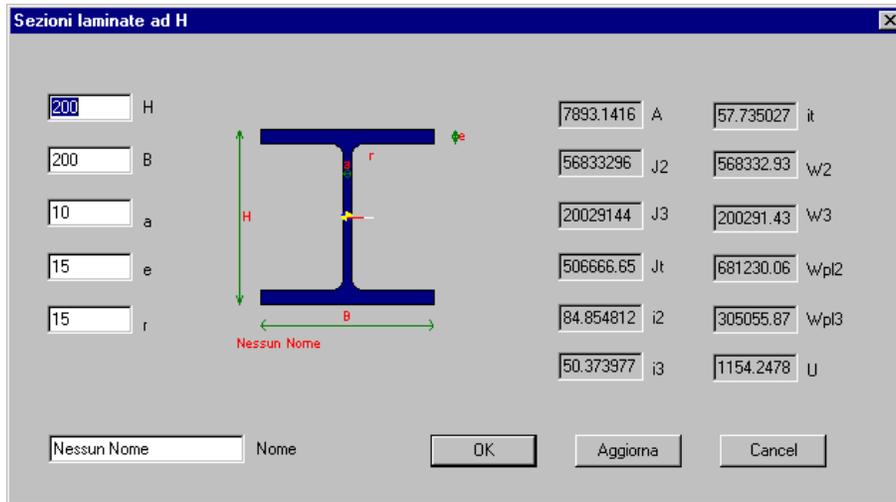


Fig. 7: La finestra per lo studio e l'aggiunta delle sezioni

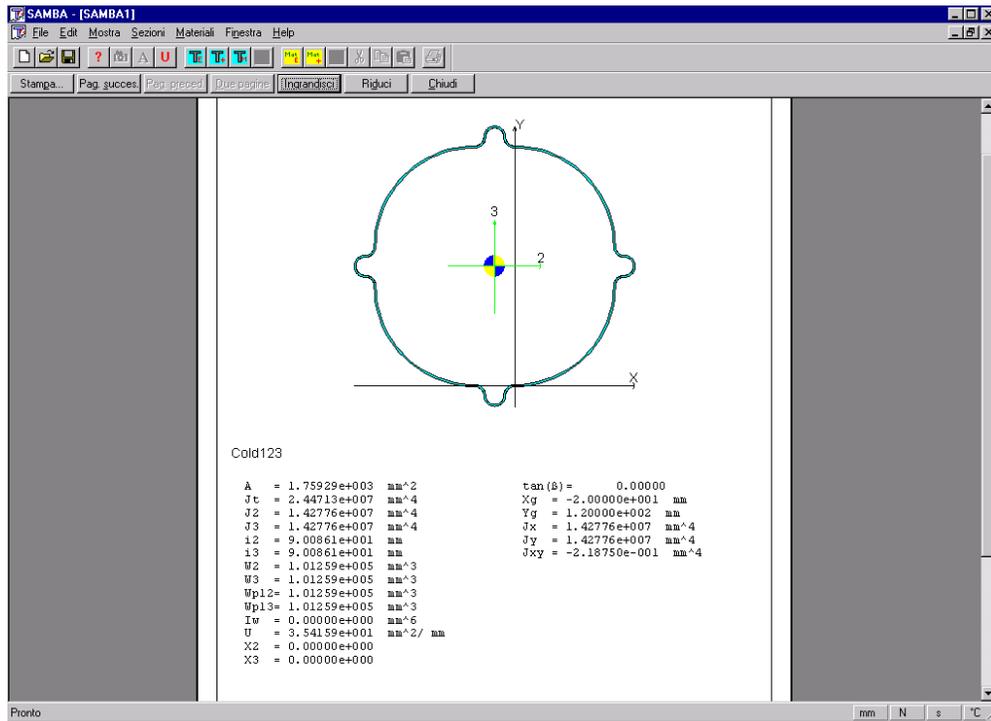


Fig. 8: Un profilo formato a freddo e scatolato

SAMBA consente di descrivere profili formati a freddo in modo del tutto generale (riunione di lati rettilinei o di archi di cerchio, descrizione di sezioni con fori). La sezione viene descritta aggiungendo un certo (arbitrario) numero di lati, rettilinei o circolari. Ogni lato può rappresentare un pieno o un vuoto (foro). Se il profilo è chiuso si può chiedere al programma di calcolare il momento di inerzia torsionale con la formula di Bredt. Il programma controlla automaticamente che non vi siano cuspidi e, se ci sono, le elimina in modo automatico chiedendo il raggio del raccordo.



Un'ulteriore caratteristica particolarmente utile di Samba è la possibilità di definire sezioni composte riunendo un numero arbitrario di sezioni. Ogni vostra esigenza potrà essere soddisfatta, perchè i profili possono essere spostati e ruotati con continuità sino a raggiungere la posizione voluta. Mentre ruotate e spostate i profili potrete vedere come cambiano i momenti di inerzia, i moduli di resistenza, la posizione del baricentro e, in somma, tutte le grandezze di principale interesse.

Dalla versione 2.5 in poi, SAMBA (fig. 9bis) consente di trattare il caso di sezioni miste come caso particolare di sezioni composte. In pratica ogni sezione componente può ricevere un materiale, e la sezione complessiva riceve poi un materiale di riferimento. Le proprietà della sezione complessiva vengono calcolate omogeneizzando ogni profilo al materiale di riferimento per la sezione completa. I profili così ottenuti possono poi essere assegnati in SARGON o CESCO a qualsiasi elemento.

Dalla versione 2.5 si possono inoltre trattare le sezioni generiche composte da poligonali piene o vuote, e le sezioni a T ottenute per taglio di sezioni ad H laminate.

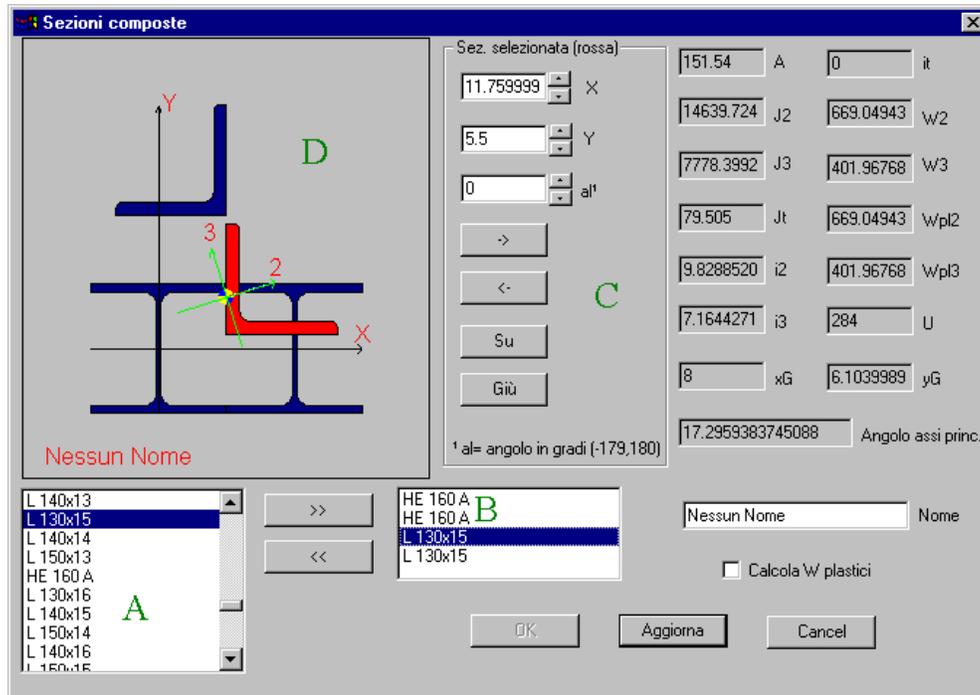


Fig. 9: La finestra per l'aggiunta di profili composti.

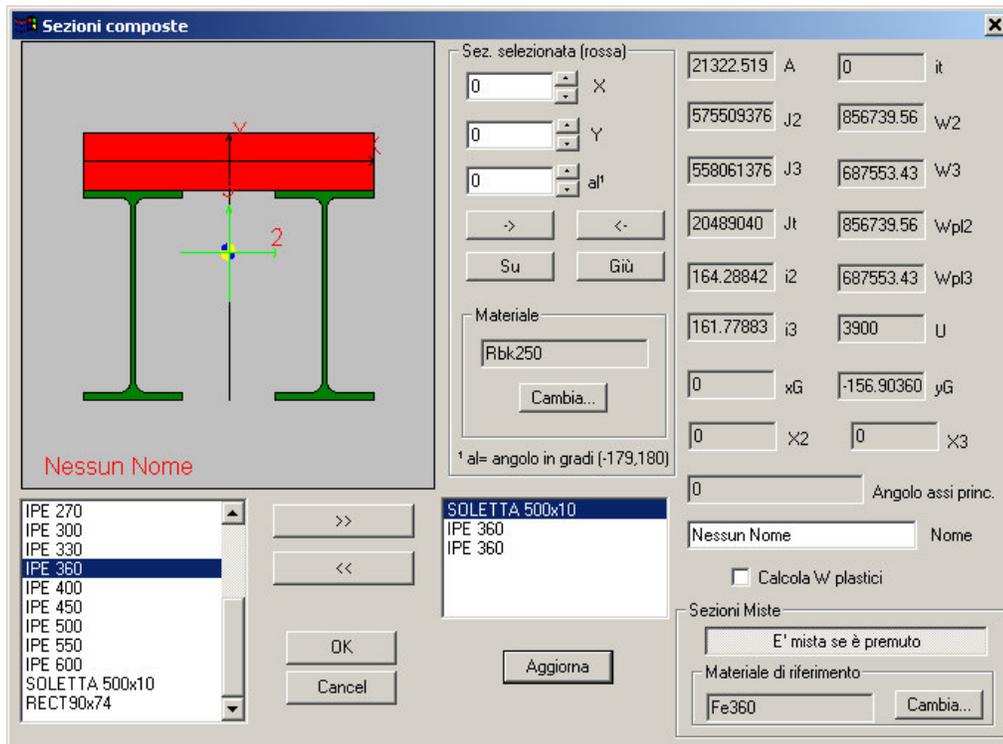


Fig. 9 bis: la versione 2.50 del dialogo di fig. 9

Data la frequenza con la quale, ad esempio nelle costruzioni in acciaio, ma non solo, si rende necessario studiare profili ad hoc non è difficile comprendere l'estrema utilità di questo programma. Va altresì specificato che, una volta aggiunti i profili all'archivio, questi vengono trattati alla stregua di tutti gli altri: anche loro saranno accessibili per mezzo delle condizioni di filtro orientate al progetto.

Esaminiamo in dettaglio il dialogo di figura 9.

Questo importante dialogo è la sede ove vengono introdotti i dati relativi alle sezioni composte ed è quindi un vero e proprio ambiente di lavoro. Il dialogo è usato anche per restituire informazioni sulla sezione.

Controllo A (vedi disegno)

Qui vengono listate tutte le sezioni disponibili, ovvero tutte le sezioni che possono essere usate per comporre la nuova sezione. Le sezioni disponibili sono quelle che erano state estratte dall'archivio al momento della richiesta di aggiungere una nuova sezione composta generica. Tra le sezioni che si possono usare vi sono le sezioni composte e quelle formate a freddo, sicchè è possibile avere sezioni composte da sezioni composte e sezioni composte da formate a freddo (anche miste con laminate e saldate).

Controllo B (vedi disegno)

Qui vengono elencate le sezioni che compongono la sezione, vale a dire le sezioni scelte. La sezione selezionata (in blu) è quella che viene colorata di rosso nel disegno della sezione complessiva.

Pulsante >>

Serve ad aggiungere la sezione selezionata nel controllo A alle sezioni componenti (controllo B).

Pulsante <<

Serve ad rimuovere la sezione selezionata nel controllo B, ovvero ad eliminare una delle sezioni componenti.

Controlli nella zona C (vedi disegno)

Questi controlli vengono usati per muovere la sezione selezionata nel controllo B. I controlli “X”, “Y” ed “a” indicano la coordinata X e quella Y del baricentro della sezione selezionata e l’angolo α di rotazione degli assi di riferimento della sezione selezionata rispetto agli assi globali della sezione composta. I pulsanti “->”, “<-“, “Su” e “Giù” servono a traslare la sezione selezionata di una quantità tale da far sì che la sezione sia tangente ad una delle altre sezioni. La direzione dipende dal pulsante. L’uso di questi pulsanti è molto comodo perchè consente di posizionare rapidamente nella posizione corretta le sezioni componenti.

Controllo “calcola W plastici”

Se questo controllo è attivato (segno di spunta presente) il calcolo della situazione corrente includerà il procedimento iterativo per il calcolo dei moduli plastici. Si consiglia di attivare il controllo solo dopo aver completato la descrizione della sezione, altrimenti il movimento delle sezioni risulta rallentato. Dopo aver fatto il

segno di spunta occorre premere il tasto **Aggiorna**. Se il calcolo dei moduli plastici non viene richiesto, questi vengono posti eguali ai moduli elastici.

Tasto Aggiorna

E' usato per aggiornare i dati di calcolo dopo una variazione che non comporti l'aggiornamento automatico. Se ad esempio si modifica manualmente il valore dei dati riportati nei controlli "X", "Y", "al", o si modifica il valore del controllo "calcola W plastici", dopo di ciò occorre aggiornare i dati con il tasto **Aggiorna**.

Come si aggiungono le sezioni composte

Dopo aver scelto l'insieme delle sezioni componenti si sceglie di aggiungere una sezione composta e ci si trova di fronte a questo dialogo.

Le sezioni componenti vengono scelte dal controllo A e inserite nel controllo B usando il tasto ">>". A questo punto si seleziona ciascuna sezione e la si posiziona ove desiderato usando i controlli nella zona C. Particolarmente utili sono i tasti che cercano le condizioni di tangenza, poichè di solito i fili delle varie sezioni sono tra loro allineati. Se si vuole sostituire una sezione aggiunta, prima la si deve rimuovere usando il tasto "<<", poi si aggiunge la sezione desiderata al suo posto.

Se nel corso del lavoro di posizionamento delle sezioni si transita per una situazione fisicamente inammissibile (sezioni sovrapposte o incluse), il tasto "OK" diviene grigio, ad indicare che la sezione non può essere accettata.

Nel muovere le sezioni si tenga presente che le coordinate della sezione corrente sono le coordinate del suo baricentro rispetto agli assi di riferimento globali.

Se si vogliono avere informazioni di dettaglio su una delle sezioni componenti si può fare doppio click sulla corrispondente sezione (ciò vale sia per il controllo A che per il controllo B).

Una volta ottenuta la sezione desiderata, si seleziona “Calcola W plastici” e si preme il tasto **Aggiorna**. I valori dei W plastici vengono in tal modo aggiornati e risultano – naturalmente – sempre maggiori dei corrispondenti moduli elastici.



SAMBA viene fornito con un corredo iniziale di oltre 10000 profili, tutti disponibili in linea, tra i quali si annoverano profili saldati, laminati, composti, italiani, americani, giapponesi.

Da un punto di vista informatico SAMBA è un server completo (full server) scritto in Visual C++ usando le Microsoft Foundation Classes™, ovvero il formato nativo per le applicazioni per Win32: Windows 95™, Windows 98™, Windows 2000™, Windows NT™, Windows XP™, Windows Vista™.

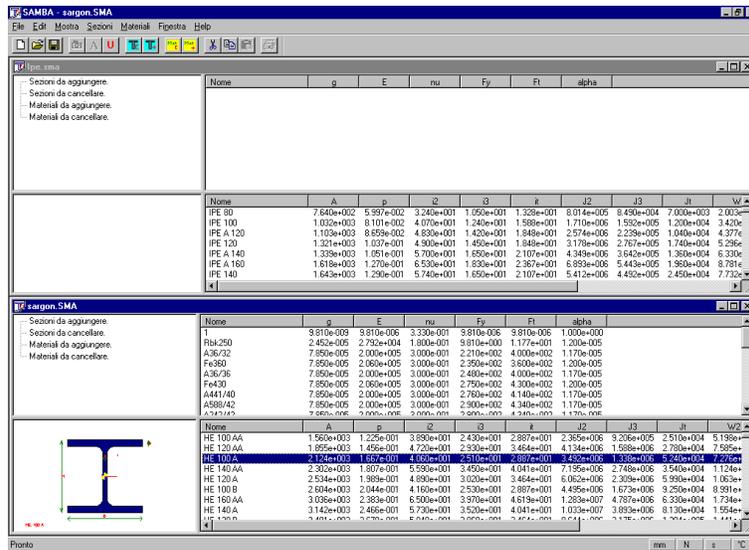


Fig. 10: Finestre multiple in SAMBA

SAMBA gestisce l'architettura MDI (Multiple Document Interface), il che gli consente di aprire più archivi per volta, e più finestre di uno stesso archivio.

SAMBA è totalmente interfacciato con il codice di calcolo SARGON[®], sviluppato da Castalia s.r.l., essendone a tutti gli effetti un componente.

Completano la dotazione informatica di SAMBA l'help ipertestuale, la stampa e l'anteprima di stampa, sia di sezioni singole che di profilari, secondo gli standard più recenti.

Volendo elencare le funzioni per le quali SAMBA può essere utilizzato esse sono:

- Ambiente specializzato nello studio delle nuove forme sezionali.
- Guida alla scelta del profilo più adatto per le situazioni di progetto più frequenti.
- Catalogo computerizzato e "intelligente" di sezioni e materiali.
- Modulo adatto alla stampa di singole sezioni ed al loro trasferimento ad altre applicazioni sotto forma di disegno e di file .dxf.
- Modulo adatto alla stampa di profilari generali e personalizzati.
- Server per l'uso degli oggetti "Sezione" e "Materiale" in tutti i contesti OLE compatibili (documenti Word[™] fogli di lavoro Excel[™], ecc.).

Proprietà flessionali elastiche e plastiche Calcolo automatico di sezioni generiche

Paolo Rugarli
[*Costruzioni Metalliche*, 4-1998]

Premessa

La ricerca di soluzioni più vantaggiose in termini progettuali ed economici porta sempre più frequentemente all'uso di sezioni di forma non standard. Lo stesso concetto di *forma standard* tende a perdere il suo significato visto l'arricchimento delle forme disponibili.

I produttori di profilati metallici hanno tradizionalmente diffuso i propri prodotti mettendo a disposizione dei progettisti manuali più o meno estesi contenenti l'elencazione delle forme disponibili, corredate da un insieme di caratteristiche statiche per lo più eterogenee al variare dei produttori e dei manuali. Nel frattempo, con il passare degli anni, i manuali si sono moltiplicati senza che nessuno affrontasse in modo generale e sistematico il problema. Lo sforzo migliore compiuto in Italia in quest'ambito resta la traduzione in italiano del classico testo tedesco "Stahl im Hochbau"¹ ([1]), il quale dà un'ampia casistica di forme anche composte, oltre ad una notevole messe di informazioni, purtroppo non più aggiornate.

Il testo [1] rappresenta uno dei vertici raggiunti dall'approccio manualistico classico, solidi tomi da consultare nei casi più disparati, ma è opinione diffusa che sia ormai necessario raccogliere il testimone per proseguire lo sforzo originario alla luce della parlata attuale, la quale usa l'informatica. Questa necessità non deriva dalla voglia di seguire la moda, bensì dalla possibilità di portare a compimento lo sforzo che ha animato chi ha redatto i nostri classici testi di consultazione, vale a dire dare una risposta precisa e rapida ad una amplissima classe di problemi. I progettisti ed i produttori oggi desiderano poter descrivere qualsiasi forma sezionale in modo efficiente e rapido avendo in cambio tutti i dati della sezione descritta. Un particolare interesse riguarda le sezioni ottenute assemblando più sezioni elementari (sezioni composte) e le sezioni formate a freddo, per le quali l'industria ha creato una amplissima gamma di tipi, in continua evoluzione.

Questo lavoro illustra la procedura seguita dall'autore per implementare il calcolo di sezioni in modo del tutto generale, nell'ambito del progetto SAMBA.

Nostro obiettivo è il calcolo delle proprietà flessionali elastiche e plastiche su una sezione o una riunione di sezioni completamente generica. Il lavoro porrà l'accento sugli aspetti numerici e computazionali che caratterizzano la questione, individuando alcuni degli aspetti da affrontare per risolverla.

La sezione potrà essere elementare, composta, formata a freddo e contenere fori: il procedimento si applica in modo generale.

Descrizione a poligonali

Generalità

In questo lavoro una sezione verrà descritta come la riunione di un certo numero m di poligonali chiuse, riferite ad un sistema di coordinate (x, y) . Ogni poligonale può rappresentare un pieno o un vuoto. Sinteticamente la sezione Θ è tale per cui

$$\Theta = \bigcup_{i=1}^m h_i P_i \quad (1)$$

¹ "L'acciaio nelle costruzioni", Edizioni Cremonese, Roma, 1973

dove P_i è la i -esima poligonale ed h_i vale +1 se tale poligonale è piena, -1 se tale poligonale è vuota. E' pacifico che ogni tratto curvilineo può essere approssimato da un certo numero di tratti rettilinei pur di adottare un numero di punti sufficiente.

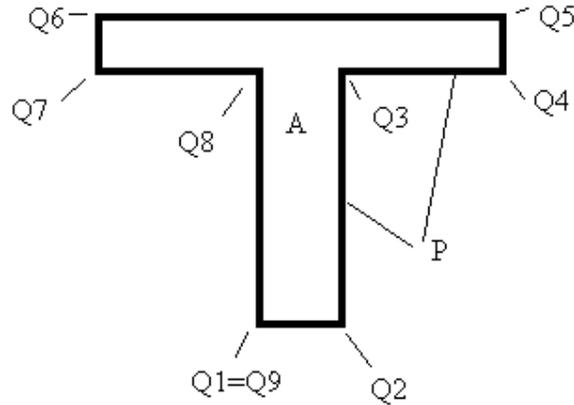


fig. 1

Ogni poligonale P_i viene descritta da $n+1$ punti del piano ed n lati, essendo il punto Q_1 coincidente per definizione con il punto Q_{n+1} .

Affinchè questa descrizione abbia senso è necessario che nessun lato di una poligonale intersechi un altro lato (nè della stessa nè di altre poligonali).

I punti di ciascuna poligonale sono ordinati da Q_1 a Q_{n+1} percorrendo la poligonale in modo antiorario².

Calcolo di integrali

Siamo interessati al calcolo del seguente integrale, definito sul dominio A interno ad una poligonale P :

$$\int_A x^p y^q dA$$

dove p e q sono due interi positivi o nulli. Utilizzando la formula di Green si ha:

$$\int_A x^p y^q dA = \int_P \frac{x^{p+1}}{(p+1)} y^q dy \quad (2)$$

dove la poligonale P è il contorno di A .

² In alternativa alla introduzione di h_i si potrebbe convenire di percorrere le poligonali piene in modo antiorario e le poligonali vuote in modo orario.

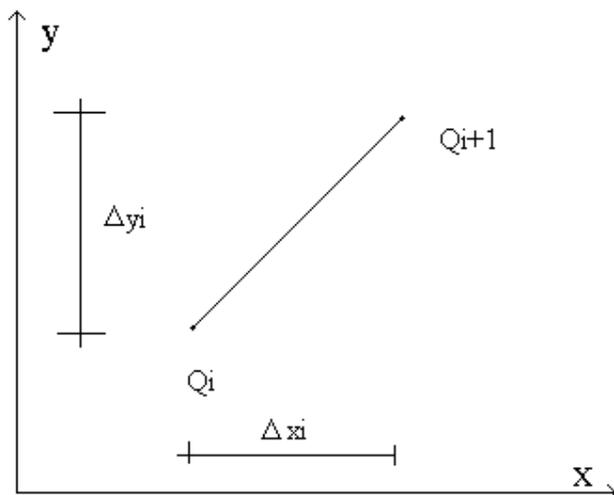


fig. 2

Pertanto

$$\int \frac{x^{p+1}}{(p+1)} y^q dy = \sum_{i=1}^n \int_{Q_i}^{Q_{i+1}} \frac{x^{p+1}}{(p+1)} y^q dy \quad (3)$$

Se Q_i ha le coordinate x_i ed y_i e $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ possiamo porre, lungo il tratto Q_i, Q_{i+1} :

$$x = x_i + \lambda \Delta x_i \quad (4.a)$$

$$y = y_i + \lambda \Delta y_i \quad (4.b)$$

$$dy = \Delta y_i d\lambda \quad (5)$$

ove λ è un'ascissa adimensionale compresa tra 0 ed 1. Sostituendo le (4)-(5) nelle (2) (3) si ottiene

$$\int_A x^p y^q dA = \sum_{i=1}^n \int_0^1 \frac{(x_i + \lambda \Delta x_i)^{p+1}}{(p+1)} (y_i + \lambda \Delta y_i)^q \Delta y_i d\lambda \quad (6)$$

L'integrale definito che compare nella (6) può essere valutato numericamente o in forma chiusa. Per esso introduciamo il simbolo abbreviato (a tre o quattro indici)³

$$Q_{ipq} = \int_0^1 \frac{(x_i + \lambda \Delta x_i)^{p+1}}{(p+1)} (y_i + \lambda \Delta y_i)^q \Delta y_i d\lambda \quad (7)$$

dove Q_i è il punto di partenza e p e q sono gli esponenti di x ed y, rispettivamente. Grazie alla (7) possiamo scrivere

$$\int_A x^p y^q dA = \sum_{i=1}^n Q_{ipq} \quad (8)$$

Risultano particolarmente utili alcuni integrali, precisamente:

$$Q_{i00} = \int_0^1 (x_i + \lambda \Delta x_i) \Delta y_i d\lambda \quad (9.a)$$

$$Q_{i10} = \int_0^1 \frac{(x_i + \lambda \Delta x_i)^2}{2} \Delta y_i d\lambda \quad (9.b)$$

³ Si usano quattro indici quando al punto Q_i si sostituisca il punto Q_{ij} , ovvero il punto j della poligonale i.

$$Q_{i01} = \int_0^1 (x_i + \lambda \Delta x_i)(y_i + \lambda \Delta y_i) \Delta y_i d\lambda \quad (9.c)$$

$$Q_{i11} = \int_0^1 \frac{(x_i + \lambda \Delta x_i)^2}{2} (y_i + \lambda \Delta y_i) \Delta y_i d\lambda \quad (9.d)$$

$$Q_{i20} = \int_0^1 \frac{(x_i + \lambda \Delta x_i)^3}{3} \Delta y_i d\lambda \quad (9.e)$$

$$Q_{i02} = \int_0^1 (x_i + \lambda \Delta x_i)(y_i + \lambda \Delta y_i)^2 \Delta y_i d\lambda \quad (9.f)$$

Tutti questi integrali definiti sono facilmente calcolabili in forma chiusa. Ad esempio:

$$Q_{i00} = x_i \Delta y_i + \frac{1}{2} \Delta x_i \Delta y_i$$

$$Q_{i10} = \frac{1}{6} \Delta y_i (x_{i+1}^2 + x_{i+1} x_i + x_i^2)$$

e così via.

Il risultato trovato si presta ad essere generalizzato al caso in cui la sezione segua la (1), sia cioè composta da una riunione di m poligonali piene e vuote. In tal caso l'integrale andrà dal punto Q_j della poligonale i al punto Q_{j+1} della stessa poligonale i , o, più brevemente da Q_{ij} a Q_{ij+1} . In definitiva, generalizzando la (8) con una scrittura a quattro indici

$$\int_{\Theta} x^p y^q dA = \sum_{i=1}^m h_i \sum_{j=1}^n Q_{ijpq} \quad (10)$$

ovvero qualsiasi integrale è ridotto a somme algebriche.

Proprietà flessionali elastiche

Con la notazione introdotta risulta:

$$A = \int dA = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n h_i Q_{ij00} \quad (11.a)$$

$$I_x = \int y^2 dA = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n h_i Q_{ij02} \quad (11.b)$$

$$I_y = \int x^2 dA = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n h_i Q_{ij20} \quad (11.c)$$

$$I_{xy} = \int xy dA = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n h_i Q_{ij11} \quad (11.d)$$

$$S_x = \int y dA = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n h_i Q_{ij01} \quad (11.e)$$

$$S_y = \int x dA = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n h_i Q_{ij10} \quad (11.f)$$

Dalle (11) è possibile calcolare il baricentro G e gli assi principali per le vie ordinarie. Sia γ l'angolo formato dall'asse principale u con l'asse x.
La distanza del generico punto Q_{ij} (punto j della poligonale i) dall'asse u è

$$d_{uij} = |(x_{ij} - x_G) \cos(\gamma) - (y_{ij} - y_G) \sin(\gamma)|$$

e dall'asse v è

$$d_{vij} = |(x_{ij} - x_G) \sin(\gamma) - (y_{ij} - y_G) \cos(\gamma)|$$

Poniamo ora semplicemente

$$W_u = \frac{I_u}{\max_{ij} \{d_{uij}\}} \quad (12.a)$$

$$W_v = \frac{I_v}{\max_{ij} \{d_{vij}\}} \quad (12.b)$$

trovando i moduli di resistenza elastici.

Sezioni composte

Una delle situazioni più frequenti e più interessanti per il progettista in acciaio è costituita dalla possibilità di creare una sezione “composta”⁴ assemblando altre sezioni elementari, in modo da ottenere un certo scopo. In questo ambito non esistono regole a priori che limitino le casistiche possibili, così sembra proprio che ogni elencazione, per quanto completa, sia destinata ad essere insufficiente. Spesso la necessità di assemblare in un certo modo le sezioni elementari deriva da situazioni contingenti o da necessità estetiche che creano una situazione irripetibile. La soluzione del problema consiste nel creare un software in grado di simulare con assoluta libertà (la stessa del progettista) l'assemblaggio delle sezioni elementari. La procedura di calcolo deve pertanto essere specializzata per trattare in modo efficiente il problema.

Chiamiamo dunque sezione composta Φ la riunione di un numero arbitrario f di sezioni elementari Θ . Ogni sezione Θ è riferita ad un proprio SC (x, y) e dotata dei propri assi principali (u,v) formanti un angolo γ col sistema (x,y). Chiamiamo invece (X,Y) il SC adottato per la sezione composta ed (U, V) il suo sistema principale.

La posizione di ogni sezione elementare Θ_k nel piano è individuata da tre numeri: le coordinate (X_k, Y_k) del suo baricentro e l'angolo di rotazione α_k dell'asse x_k rispetto all'asse X.

Per prima cosa osserviamo che il metodo precedentemente illustrato resta valido, perchè è facile vedere che anche la sezione composta soddisfa la (1), può cioè essere vista come riunione di opportune poligonali. Naturalmente, perchè il metodo sia applicabile è necessario che tutte le poligonali siano riferite al medesimo SC (X,Y), ciò che si fa imponendo a tutte le poligonali i della sezione k, P_{ki} , una rototraslazione dipendente da (X_k, Y_k) e α_k .

Il software deve aggiornare in tempo reale i dati della sezione composta man mano che chi lo usa trasla e ruota liberamente le sezioni componenti nel piano.

Particolare rilievo assumono i controlli di congruenza di cui si è fatto cenno in precedenza, poichè le sezioni componenti non possono sovrapporsi. E' pertanto necessario assicurarsi che la scelta corrente di X_k, Y_k e α_k , ovvero il modo in cui l'utente ha deciso di muovere e ruotare la sezione corrente k nel piano, non violi queste condizioni di regolarità. Ciò si fa controllando che nessuna poligonale della sezione

⁴ La parola “composta” si presta a qualche fraintendimento: in questo lavoro si intende “ottenuta assemblando sezioni elementari” (che al limite possono essere piatti come nelle sezioni composte saldate, ma anche IPE, angolari, UPN, altre sezioni “composte”, ecc.).

correntemente spostata P_{ki} intersechi le poligonali delle altre sezioni, e che nessuna poligonale di una sezione sia contenuta o contenga un'altra poligonale presa da un'altra sezione. Da un punto di vista pratico il software non deve accettare come definitive situazioni che violino la congruenza, pur consentendo di "transitare" per situazioni inammissibili.

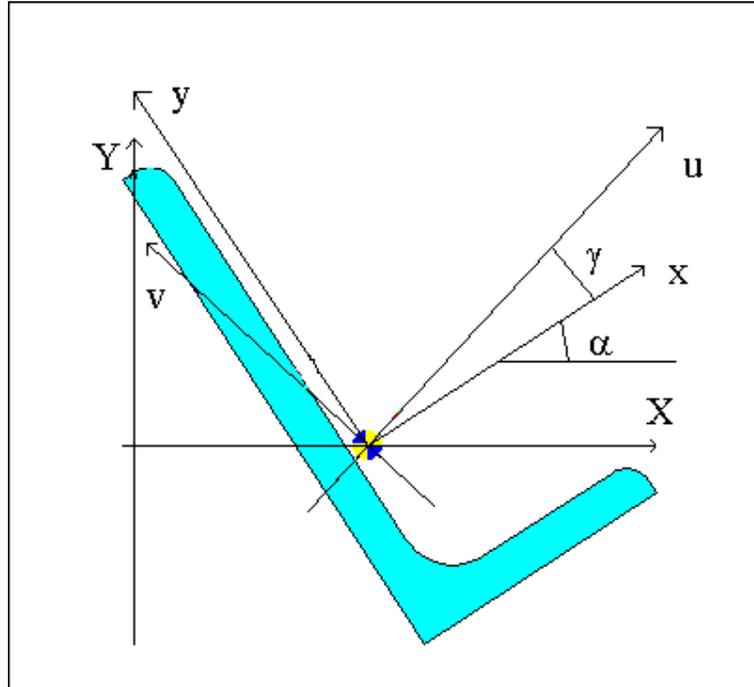


fig. 3

Oltre al metodo generale già descritto è possibile utilizzare il metodo diretto per il calcolo dei momenti di inerzia e degli assi principali della sezione composta a partire dalle analoghe grandezze delle sezioni elementari. Naturalmente nel far ciò occorre considerare oltre alla traslazione anche la rotazione di ciascuna sezione elementare. Le formule che si ottengono sono le seguenti:

$$A = \sum_{k=1}^f A_k \quad (13.a)$$

$$S_X = \sum_{k=1}^f A_k Y_k \quad (13.b)$$

$$S_Y = \sum_{k=1}^f A_k X_k \quad (13.c)$$

$$I_X = \sum_{k=1}^f (I_{Xk} + A_k Y_k^2) \quad (13.d)$$

$$I_Y = \sum_{k=1}^f (I_{Yk} + A_k X_k^2) \quad (13.e)$$

$$I_{XY} = \sum_{k=1}^f (I_{XYk} + A_k X_k Y_k) \quad (13.f)$$

Inoltre risulta, ponendo $\beta_k = \alpha_k + \gamma_k$

$$I_{Xk} = I_{vk} \sin^2(\beta_k) + I_{uk} \cos^2(\beta_k) \quad (14.a)$$

$$I_{Yk} = I_{vk} \cos^2(\beta_k) + I_{uk} \sin^2(\beta_k) \quad (14.b)$$

$$I_{XYk} = -(I_{uk} - I_{vk}) \sin(\beta_k) \cos(\beta_k) \quad (14.c)$$

Le (14) esprimono i momenti di inerzia della sezione elementare rispetto agli assi paralleli agli assi (X, Y) e passanti per il baricentro della sezione elementare. Sostituendo le (14) nelle (13) si trovano le proprietà della sezione composta rispetto al suo sistema di riferimento, in funzione delle proprietà principali delle sezioni componenti, delle posizioni (X_k, Y_k) delle sezioni componenti e della rotazione α_k loro applicata.

Ottenute le quantità (13) con il metodo generale o con quello diretto è poi possibile calcolare il baricentro della sezione composta, i suoi assi principali ed il suo angolo γ (angolo tra X ed U). Per ottenere i momenti di inerzia baricentrici basterà applicare le formule di trasporto ben note. Per il calcolo dei moduli di resistenza sarà comunque necessaria la descrizione a poligonali ed il calcolo delle (12).

Profili formati a freddo: alcune specializzazioni

Definiamo qui “formato a freddo” un profilo che possa essere individuato da una linea media K e da uno spessore costante t. Supponiamo che la linea media sia composta da tratti rettilinei e da archi di circonferenza. Per ragioni di regolarità imponiamo

$$K \in C^1$$

ovvero la linea media deve essere continua con la sua derivata prima. In questo caso il calcolo delle proprietà elastiche può essere fatto in forma chiusa. Poniamo

$$K = \bigcup_{i=1}^n I_i \quad (15)$$

ove I_i è il generico lato, rettilineo o circolare. Scriviamo ora i contributi di ciascun lato, rettilineo o curvilineo, alle grandezze utili al calcolo. Se I_i è rettilineo, è inclinato di γ sull'asse di riferimento x, ha il baricentro in G_i ed è lungo b_i, risulta banalmente

$$S_{xi} = t b_i y_{Gi} \quad (16.a)$$

$$S_{yi} = t b_i x_{Gi} \quad (16.b)$$

$$I_{xi} = \frac{1}{12} b_i t^3 \cos^2(\gamma) + \frac{1}{12} t b_i^3 \sin^2(\gamma) \quad (16.c)$$

$$I_{yi} = \frac{1}{12} b_i t^3 \sin^2(\gamma) + \frac{1}{12} t b_i^3 \cos^2(\gamma) \quad (16.d)$$

$$I_{xyi} = -\frac{1}{12} b_i t^3 \sin(\gamma) \cos(\gamma) + \frac{1}{12} t b_i^3 \sin(\gamma) \cos(\gamma) \quad (16.e)$$

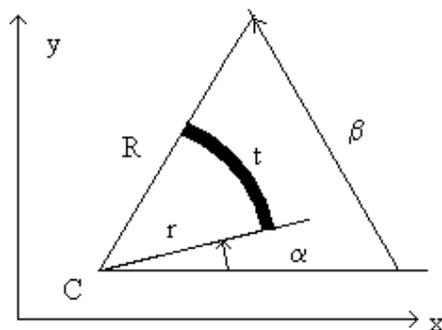


fig. 4

Se l_i è un arco di circonferenza risulta, ponendo per definizione $z_k = R^k - r^k$:

$$S_{xi} = \frac{y_c}{2} z_2 (\beta - \alpha) + \frac{z_3}{3} (\cos(\alpha) - \cos(\beta)) \quad (17.a)$$

$$S_{yi} = \frac{x_c}{2} z_2 (\beta - \alpha) + \frac{z_3}{3} (\sin(\beta) - \sin(\alpha)) \quad (17.b)$$

$$I_{xi} = \frac{y_c^2}{2} (\beta - \alpha) z_2 + \frac{2}{3} y_c z_3 (\cos(\alpha) - \cos(\beta)) + \frac{(\beta - \alpha)}{8} z_4 + \frac{z_4}{16} (\sin(2\alpha) - \sin(2\beta)) \quad (17.c)$$

$$I_{yi} = \frac{x_c^2}{2} (\beta - \alpha) z_2 + \frac{2}{3} x_c z_3 (\sin(\beta) - \sin(\alpha)) + \frac{(\beta - \alpha)}{8} z_4 + \frac{z_4}{16} (\sin(2\beta) - \sin(2\alpha)) \quad (17.d)$$

$$I_{xyi} = \frac{x_c y_c}{2} (\beta - \alpha) z_2 + \frac{1}{3} y_c z_3 (\sin(\beta) - \sin(\alpha)) - \frac{1}{3} x_c z_3 (\cos(\beta) - \cos(\alpha)) + \frac{z_4}{8} (\sin^2(\beta) - \sin^2(\alpha)) \quad (17.e)$$

dove x_c ed y_c sono le coordinate del centro, α e β sono i due angoli in figura, R ed r sono il raggio esterno e quello interno.

Le proprietà della sezione si ottengono sommando i contributi di ciascun lato, per esempio

$$I_x = \sum_{i=1}^n I_{xi}$$

dove si usa la (16.c) o la (17.c) a seconda che il lato i sia rettilineo o circolare.

Per il calcolo dei W è comunque necessario trasformare la linea media K di spessore t nella poligonale chiusa equivalente P , cosa che si fa *orlando* K di uno spessore $t/2$, e trasformando gli archi di circonferenza in poligonali con un numero opportuno di lati.

Proprietà flessionali plastiche Generalità

Il calcolo dei moduli di resistenza plastici assume un'importanza crescente dato il maggior impiego di norme agli stati limite (EC3, BS, AISC, ecc.).

Riferiamo la sezione ai suoi assi principali elastici (u , v). Dato un generico asse neutro plastico k (fig. 5) di equazione

$$au + bv + c = 0$$

ove risulti

$$\sqrt{a^2 + b^2} = 1$$

questo divide la sezione in una zona tesa ed in una compressa A_k^+ ed A_k^- . Nella zona tesa la tensione normale vale $+f_y$, nella zona compressa essa vale $-f_y$. Introduciamo la funzione del punto $s(Q)$ così definita:

$$s(Q) = \text{sign}(au+bv+c) = +1 \text{ se } Q \in A_k^+$$

$$s(Q) = \text{sign}(au+bv+c) = -1 \text{ se } Q \in A_k^-$$

Ad ogni generico asse neutro plastico k (PNA_k) corrispondono un'azione assiale e due momenti flettenti, ovvero

$$N_{plk} = \int_A s_k(Q) f_y dA \quad (18.a)$$

$$M_{uplk} = \int_A s_k(Q) f_y v dA \quad (18.b)$$

$$M_{vplk} = \int_A s_k(Q) f_y u dA \quad (18.c)$$

La terna $f_y \mathbf{\Lambda}_k = \{N_{plk}, M_{uplk}, M_{vplk}\}^T$ rappresenta un punto del dominio limite (uno e non due perchè si suppone che l'asse sia orientato). Il vettore $\mathbf{\Lambda}_k$ ha per componenti i moduli plastici reattivi al generico asse neutro k prescelto, precisamente risulta:

$$A_{plk} = \frac{N_{plk}}{f_y} = \int_A s_k(Q) dA = \int_{A^+} dA - \int_{A^-} dA \quad (19.a)$$

$$Z_{uplk} = \frac{M_{uplk}}{f_y} = \int_A s_k(Q) v dA = \int_{A^+} v dA - \int_{A^-} v dA \quad (19.b)$$

$$Z_{vplk} = \frac{M_{vplk}}{f_y} = \int_A s_k(Q) u dA = \int_{A^+} u dA - \int_{A^-} u dA \quad (19.c)$$

Calcolo degli integrali

Sia data una poligonale P_i con dominio interno A_i tagliata da un asse s . Chiameremo P_i' la poligonale (equivalente a P_i) ottenuta aggiungendo a P_i i punti ottenuti intersecando i lati di P_i con s .

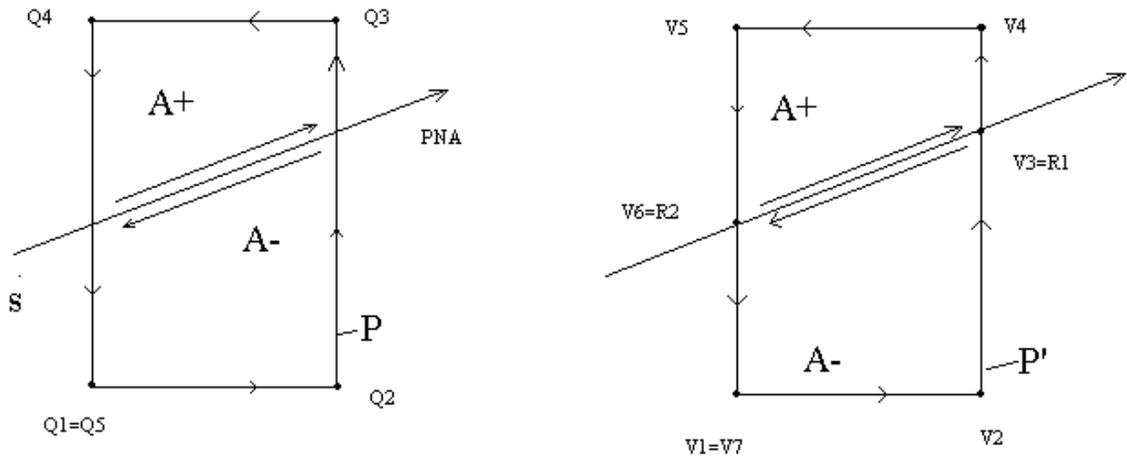


fig. 5

Se inizialmente i punti di P_i sono $(n+1)$, i punti di P_i' saranno in generale $(n+1+r)$. Gli r nuovi punti trovati stanno tutti su s . Chiamiamo V_{ij} i punti della nuova poligonale P_i' (j va da 1 a $n+1+r$), e ordiniamo gli r nuovi punti trovati, R_{il} , lungo s a partire dal primo verso l'ultimo (in modo che il primo e l'ultimo siano tra loro i più distanti, fig. 6).

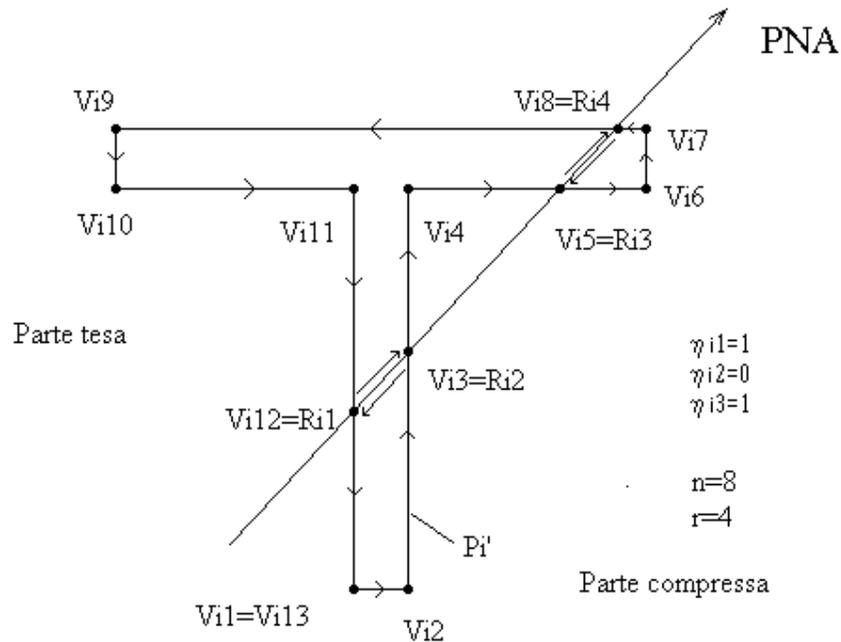


fig. 6

Data una coppia di punti successivi R_{il} ed $R_{i,l+1}$, posti entrambi sulla poligonale i , ed un asse neutro plastico di equazione $au+bv+c=0$, introduciamo la funzione $\eta_{il}(R_{il})$ così definita (fig. 6):

$$\eta_{il} = \text{sign}(b\Delta u_{il} - a\Delta v_{il})$$

$$\eta_{il} = 0$$

se il punto medio del segmento $R_{il}R_{i,l+1}$ è interno a P_i'
 se il punto medio del segmento $R_{il}R_{i,l+1}$ è esterno a P_i'

Questa funzione η_{il} vale dunque +1 o -1 a seconda che il vettore che va da R_{il} a R_{il+1} sia equiverso o meno con l'orientazione dell'asse neutro plastico, e vale 0 se il tratto $R_{il}R_{il+1}$ non appartiene al dominio.

La opportunità di introdurre questa funzione è puramente informatica. Di fatto essa tiene in conto due cose: la prima è che non tutti i segmenti giacenti su s fanno effettivamente parte della sezione, e ciò va fatto comprendere al calcolatore (ad esempio il segmento $R_{i2}R_{i3}$ della figura 6). La seconda è che andando da R_1 a R_2, R_3 eccetera, si può percorrere l'asse neutro plastico nel suo verso o in verso ad esso opposto, e di ciò occorre tener conto nel valutare i contributi, che hanno segno + solo se appartengono al contorno della parte tesa, ovvero solo se si percorre la frontiera nel verso di PNA (fig.5).

Si può dimostrare⁵ che

$$\int_{A_i} s(Q) u^p v^q dA = \left(\sum_{j=1}^{n+r} s(V_{ij}) V_{ijpq} \right) + 2 \left(\sum_{l=1}^{r-1} \eta_{il} R_{ilpq} \right) \quad (20)$$

dove si intende come al solito

$$V_{ijpq} = \int_0^1 \frac{(u_{ij} + \lambda \Delta u_{ij})^{p+1}}{(p+1)} (v_{ij} + \lambda \Delta v_{ij})^q \Delta v_{ij} d\lambda \quad (21)$$

e similmente per R_{ilpq} .

Per una sezione composta da m poligonali P_i , trasformate in poligonali equivalenti P_i' (dando luogo ai nuovi punti R_{il}), possiamo quindi porre, ricordando le (19) ed applicando la (20):

$$A_{plk} = \sum_{i=1}^m h_i \left[\sum_{j=1}^{n+r} s_k(V_{ij}) V_{ij00} + 2 \sum_{l=1}^{r-1} \eta_{il} R_{il00} \right] \quad (22.a)$$

$$Z_{uplk} = \sum_{i=1}^m h_i \left[\sum_{j=1}^{n+r} s_k(V_{ij}) V_{ij01} + 2 \sum_{l=1}^{r-1} \eta_{il} R_{il01} \right] \quad (22.b)$$

$$Z_{vplk} = \sum_{i=1}^m h_i \left[\sum_{j=1}^{n+r} s_k(V_{ij}) V_{ij10} + 2 \sum_{l=1}^{r-1} \eta_{il} R_{il10} \right] \quad (22.c)$$

Le (22) dicono come calcolare i moduli limite (e perciò le sollecitazioni limite) dato un certo asse neutro plastico k . Si noti che le quantità h_i valgono +1 se la poligonale P_i rappresenta un pieno, -1 se la poligonale P_i rappresenta un vuoto. Analogamente $s_k(V_{ij})$ valgono +1 o -1 a seconda della posizione di V_{ij} rispetto all'asse neutro plastico k (in zona tesa o compressa), e che la quantità η_{il} vale 1, -1 o 0. Pertanto le (22) sono la somma con segni opportuni di un certo numero di integrali del tipo (9).

Ricerca dei moduli plastici

Tra tutti i possibili assi neutri plastici k ai quali sono associate le terne Λ_k , siamo interessati ai due assi PNA_u e PNA_v tali per cui le terne diventano, rispettivamente

$$\Lambda_u = \{0, Z_u, 0\} \quad (23.a)$$

⁵ La dimostrazione è omessa per brevità. Si noti però che se Γ^+ e Γ^- sono il contorno della parte tesa e della parte compressa, rispettivamente, risulta

$$\int_A s(Q) f_u(u, v) dA = \int_{\Gamma^+} f(u, v) dv - \int_{\Gamma^-} f(u, v) dv$$

Γ^+ e Γ^- hanno in comune la parte di frontiera H che è una parte di s . H come parte di Γ^- viene percorsa però con verso opposto di H come parte di Γ^+ , di modo che

$$\int_{\Gamma^+} (\cdot) - \int_{\Gamma^-} (\cdot) = \int_{\Gamma} s(Q)(\cdot) + \int_H (\cdot) - \int_{-H} (\cdot) = \int_{\Gamma} s(Q)(\cdot) + 2 \int_H (\cdot)$$

$$\mathbf{A}_v = \{0, 0, Z_v\} \quad (23.b)$$

ovvero a quegli assi neutri plastici che generano distribuzioni di sforzo equilibrate con le sollecitazioni flessionali semplici.

Supponiamo di voler trovare Z_u . Ciò si fa con un procedimento iterativo che tenda ad annullare Z_v ed N_{pl} .

Consideriamo dapprima l'annullamento di N_{pl} .

Dato un generico angolo di inclinazione ϕ dell'asse neutro plastico, e posta l'equazione dell'asse neutro plastico nella forma

$$v \cdot \cos(\phi) - u \cdot \sin(\phi) - c = 0$$

è possibile vedere che esiste uno e un solo $c = c(\phi)$, e perciò un solo asse neutro plastico di inclinazione ϕ , tale per cui la zona tesa sia eguale a quella compressa, ovvero perchè sia vera la condizione

$$A_{pl} = A_k^+ - A_k^- = 0 \quad (24)$$

Tale condizione è necessaria affinché la sezione sia puramente inflessa, ovvero sia annullato N_{pl} . Per ogni generico ϕ il corrispondente valore di c può essere trovato con un metodo iterativo che usi ad esempio il metodo delle secanti (i è ora l'indice di iterazione):

$$c_{i+1} = c_i - A_{pli} \frac{(c_i - c_{i-1})}{(A_{pli} - A_{pl(i-1)})}$$

L'errore ε viene calcolato come

$$\varepsilon_i = \frac{|A_{pli}|}{A} < TOLLERANZA \quad (25)$$

L'iterazione si arresta quando la disequazione (25) è soddisfatta.

Ad ogni variazione di c , che corrisponde ad una traslazione dell'asse neutro plastico a inclinazione costante, occorre valutare i moduli plastici corrispondenti usando le (22).

Consideriamo ora l'annullamento di Z_v .

Al valore c ottenuto con un generico ϕ corrispondono terne del tipo

$$\{ 0, Z_u(\phi), Z_v(\phi) \}$$

ovvero terne dove Z_v non è nullo. Il problema è trovare il valore di ϕ che annulli Z_v , cosa che viene fatta anche qui con un procedimento iterativo. Poniamo (sia sempre i l'indice di iterazione):

$$\phi_{i+1} = \phi_i - Z_{vi} \frac{(\phi_i - \phi_{i-1})}{(Z_{vi} - Z_{v(i-1)})} \quad (26)$$

valutando l'errore come

$$\varepsilon_i = \frac{|Z_{vi}|}{W_v} < TOLLERANZA \quad (27)$$

Ad ogni nuovo ϕ viene compiuta un'iterazione completa su c per trovare il valore c che soddisfa la (24). Con la coppia $(\phi_i, c(\phi_i))$ si calcolano le (22), si valuta l'errore secondo la (27) e si cerca un nuovo ϕ con la (26). Il procedimento viene arrestato quando la disequazione (27) è soddisfatta.

Conclusione

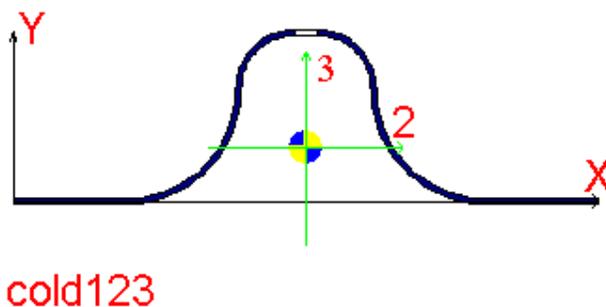


fig. 7

Il procedimento qui illustrato è stato implementato nel programma SAMBA, e con esso sono state valutate le caratteristiche elastiche e plastiche di sezioni composte e formate a freddo complesse, come quelle riportate nelle figure 7 (sezione formata a freddo con foro) ed 8 (sezione composta generica).

La generalità del metodo seguito e la sua impostazione pensata per l'implementazione hanno consentito di risolvere il problema in una amplissima varietà di casi, rispondendo al proposito originario.

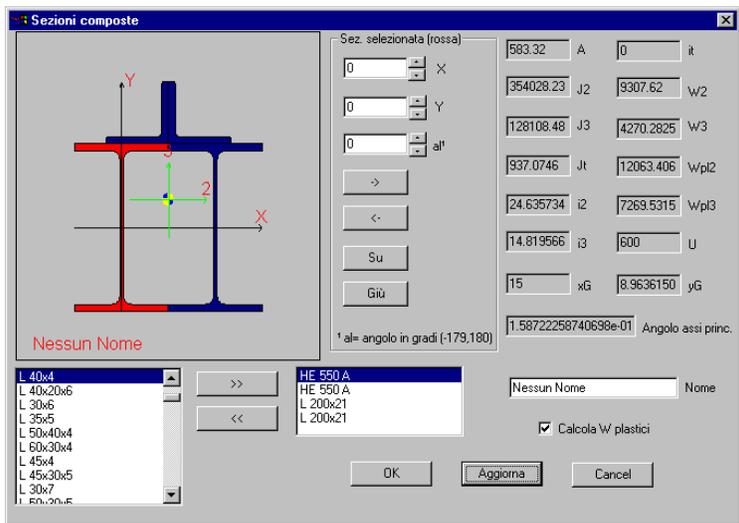


fig.8

Legenda

α	angolo formato dall'asse x con l'asse X, angolo iniziale di lato circolare
β	angolo finale di lato circolare
γ	angolo formato dall'asse principale u con l'asse x
Δx_i	per definizione eguale a $x_{i+1} - x_i$
ε	errore di un processo iterativo
ϕ	angolo di inclinazione di PNA sull'asse u
η_{il}	funzione dei punti R_{il} ed R_{il+1}
λ	ascissa adimensionale compresa tra 0 ed 1
Γ	contorno di A
Γ^+	contorno di A+
Γ^-	contorno di A-
Λ	vettore contenente i moduli plastici
Θ	sezione composta da poligonali
a	parametro dell'equazione di PNA
b	lunghezza di un lato rettilineo di sezione formata a freddo, parametro dell'equazione di PNA
c	parametro dell'equazione di PNA
d	distanza di un punto da un asse
f	numero di sezioni componenti di una sezione composta
f_y	tensione di snervamento
h	funzione che stabilisce se una poligonale è un pieno o un vuoto
i	indice del punto su una poligonale P, indice della poligonale di Θ , indice di iterazione, indice del lato.
j	indice del punto sulla poligonale P_i
k	indice della sezione componente, indice del generico asse neutro plastico
l	lato di sezione formata a freddo, indice
m	numero di poligonali di una sezione
n	numero di lati di una poligonale
p	esponente intero positivo o nullo
q	esponente intero positivo o nullo
r	raggio interno di lato circolare, numero di (nuovi) punti di P giacenti su s
s	retta corrispondente a PNA
s(Q)	funzione del punto Q
t	spessore di una sezione formata a freddo
z_k	$R^k - r^k$
A	dominio interno a una poligonale, area di una sezione
A+	zona tesa
A-	zona compressa
C	centro della circonferenza a cui appartiene un lato circolare
G	baricentro
H	parte comune tra Γ^+ e Γ^-
I	momento di inerzia
M	momento flettente
N	azione assiale

P	poligonale
PNA	asse neutro plastico
Q	punto del piano se con uno o due indici, se con tre o quattro indici valore di un integrale definito
R	raggio esterno di lato circolare, punto della poligonale P' giacente su s
S	momento statico
V	punto del piano appartenente alla poligonale P'
Z	modulo plastico
W	modulo di resistenza
(x,y)	sistema di riferimento per una sezione
(X,Y)	sistema di riferimento per una sezione composta
(u,v)	sistema di riferimento principale per una sezione
(U,V)	sistema di riferimento principale per una sezione composta